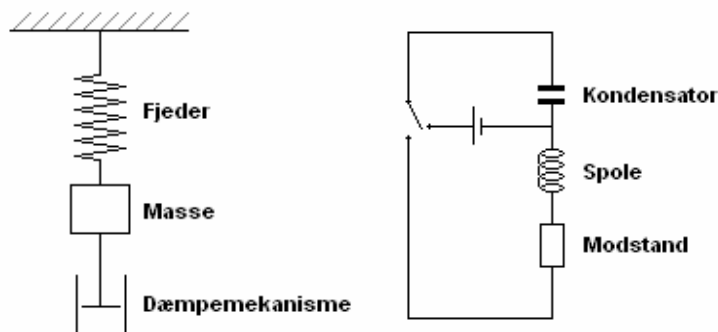


Semesterprojekt 2007

- Svingningssystemer – mekanisk/elektrisk analogi



Udarbejdet af:

12 01 88 - Agge Skov Larsen
29 11 86 - Alexey Bessonov
02 05 86 - Arun Pararajasingam
05 01 87 - Frantz Furrer
12 10 87 - Jakob Witte Larsen
21 08 87 - Sebastian Brian Therkildsen

Synopsis:

I denne rapport vil det blive eftervist teoretisk og praktisk, at der er en sammenhæng mellem et mekanisk og et elektrisk svingningssystem. Rapporten er et resultat af et projektarbejde, hvor analogien er blevet undersøgt. Derefter er der blevet opbygget et mekanisk og et elektrisk svingningssystem og efterfølgende foretaget målinger på de to systemer, samt foretaget simuleringer af det elektriske svingningssystem. På baggrund af denne metode er analogien mellem de to systemer blevet eftervist.

Indholdsfortegnelse

1	Indledning.....	2
2	Projektbeskrivelse.....	3
2.1	Problemanalyse.....	3
2.2	Problemformulering.....	4
2.3	Projektafgrænsning.....	5
2.4	Kravspecifikation.....	5
3	Teorien for det mekaniske svingningssystem.....	6
3.1	Analyse af det mekaniske svingningssystem.....	6
3.2	Løsning af differentiallyigning for det mekaniske svingningssystem.....	7
4	Teorien for det elektriske svingningssystem.....	10
4.1	Analyse af det elektriske svingningssystem.....	10
4.2	Løsning af differentiallyigningen for det elektriske svingningssystem.....	11
5	Teoretisk analogi mellem mekaniske og elektriske svingninger.....	12
6	Den enkelte parameters indflydelse på svingningen.....	13
7	Forsøg med det mekaniske svingningssystem.....	14
7.1	Valg af materialer.....	14
7.2	Diskussion af målemetode.....	14
7.3	Bestemmelse af de fysiske størrelser for det mekaniske svingningssystem.....	15
7.4	Fremgangsmåde for forsøg med det mekaniske svingningssystem.....	16
7.5	Bestemmelse af de fysiske størrelser i det mekaniske svingningssystem.....	17
7.6	Resultater fra det mekaniske forsøg.....	17
7.7	Diskussion af fejlkilder for det mekaniske svingningssystem.....	18
8	Simulering af det elektriske system.....	18
8.1	Valg af simuleringværktøjer.....	18
8.2	Bestemmelse af komponentstørrelser til simulering af det elektriske system.....	18
8.3	Simuleringen med Multisim og PSpice af det elektriske svingningssystem.....	19
9	Forsøg med det elektriske svingningssystem.....	20
9.1	Valg af komponenter.....	20
9.2	Diskussion af målemetode.....	21
9.3	Bestemmelse af komponentstørrelser til det elektriske forsøg.....	21
9.4	Fremgangsmåde for forsøg med det elektriske svingningssystem.....	22
9.5	Resultater fra det elektriske forsøg.....	23
9.6	Diskussion af fejlkilder for det elektriske svingningssystem.....	23
10	Sammenligning af resultater fra mekaniske forsøg og simulering.....	24
11	Konklusion.....	25
12	Perspektivering.....	26
Litteraturliste.....		27
12.1	Anvendte kilder.....	27
12.2	Anvendte internetsider.....	27
13	Anvendte programmer, materialer, komponenter og apparaturer.....	28
14	Symbolliste.....	28
Bilag 1 – Projektoplæg.....		29
Bilag 2 – Tidsplan.....		30

Læsevejledning

- Rapporten er inddelt i kapitler, afsnit og underafsnit, ned til tre niveauer. Til hvert kapitel vil der være en indledning og en delkonklusion.
- Symbolerne er forklaret første gang de optræder. Der er vedlagt en symbolliste bagerst i rapporten.
- Fodnotehenvisninger er et tal med hævet skrift, eksempelvis ¹, og bliver brugt som kildehenvisning eller en uddybende kommentar.
- Kildehenvisningen skrives som 'Kilde #1 - Side #2', hvor #1 er nummeret på kilden i litteraturlisten og #2 er siden i kilden. Eksempelvis: 'Kilde 2 - Side 400' betyder Fundamentals of Physics 8. Edition side 400.
- Figurer, tabeller og diagrammer er nummereret efter kapitler, eksempelvis "Figur 1.1". Dette er den første figur i første kapitel.
- Formler er nummereret som (k.f), hvor "k" er kapitlet og "f" er dens formelnummer i kapitlet. Formelnummereringen skrives til højre for formlen på samme linje.
- Diagrammerne er lavet i Mathematica¹ og Graph².

¹ Wolfram Mathematica v. 6.0

² Graph, version 4.3 (Underversion 384) by Ivan Johansen

1 Indledning

I rapporten vil analogien mellem mekaniske og elektriske svingningssystemer blive undersøgt. Baggrunden for rapporten er, at en virksomhed ønsker en undersøgelse af denne analogi.

Virksomheden ønsker at få analogien bekræftet for at spare penge. Dermed vil virksomheden kunne simulere det mekaniske svingningssystem, som virksomheden producerer, ved hjælp af et ækvivalent elektrisk svingningssystem.

Den mekaniske svingning, der bliver undersøgt i rapporten, er underdæmpet. Det er ikke så relevant for støddæmpervirksomheden at få undersøgt underdæmpede svingninger, da støddæmpere oftest er kritisk dæmpede. Undersøgelsen af den underdæmpede svingning udføres, fordi det må antages, at samme analogi er gældende, hvis en kritisk dæmpet svingning betragtes.

Rapporten er udarbejdet af seks studerende på SDU Det Tekniske Fakultet på første semester.

Rapporten er udarbejdet ud fra gruppens kompetencer på første semester, derfor vil målgruppen for rapporten være tekniske studerende og ingeniører. Under projektet har gruppen valgt at dele sig i to undergrupper, disse to grupper har henholdsvis beskæftiget sig med det mekaniske og elektriske svingningssystem. Denne opdeling er foretaget, for at det har været muligt at kunne fordybe sig mere i projektet.

Projektet indeholder fagligheder fra de fag der er undervist i på første semester: matematik, fysik, elektronik og computermatematik. Der er blevet lagt meget vægt på selve projektarbejdet, og hvordan et projektforsøg skulle struktureres. Gruppen har fra starten valgt at lægge meget vægt på struktureringen og grundrammerne for projektet, fordi dette vil gøre det nemmere senere i projektet. Dokumentation for gruppens arbejdsproces kan ses i tidsplanen³. Den medfølgende CD indeholder desuden mødeindkaldelser, referater fra vejledermøder, arbejdsrapporter og anvendte programmer.

I rapporten vil den teoretiske baggrund for henholdsvis det mekaniske og elektriske svingningssystem blive gennemgået. Derefter vil der blive udført praktiske målinger på det mekaniske og elektriske system og det elektriske vil også blive simuleret. Data fra henholdsvis målinger og teori vil blive sammenlignet for at eftervise analogien.

God fornøjelse!

Agge Skov Larsen

Alexey Bessonov

Arun Pararajasingam

Frantz Furrer

Jakob Witte Larsen

Sebastian Brian Therkildsen

³ Tidsplan - Bilag 2

2 Projektbeskrivelse

I det efterfølgende kapitel vil projektoplægget blive bearbejdet. Der vil blive udarbejdet en problemanalyse, problemformulering, projektafgrænsning, samt en kravspecifikation, som vil være grundlaget for det videre projektføreløb.

2.1 Problemanalyse

Det til gruppen udleverede projektoplæg har på forhånd fastlagt nogle rammer for projektet, hvilket har indflydelse på de elementer, der skal analyseres.

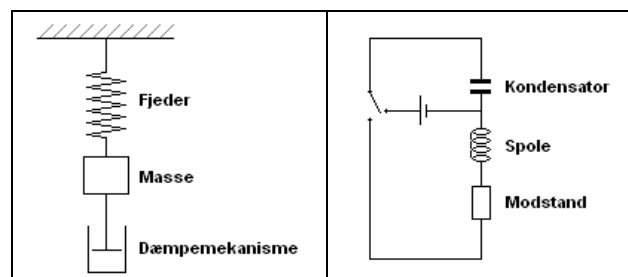
Nedenstående indrammede er et uddrag fra projektoplægget:

Rapporten skal minimum indeholde:

- Dybdegående beskrivelse af analogien mellem det mekaniske og elektriske svingningssystem samt en grundig teoretisk gennemgang af de to systemers dynamik.
- Etablering af måleopstilling for det mekaniske – og evt. det elektriske – system. Sammenligning af eksperimentelle data og teoretiske resultater
- Beskrivelse af hvilken indflydelse de enkelte komponenters parametre har på det mekaniske henholdsvis det elektriske systems dynamik.
- Dokumentation for at simuleringværktøj til elektriske kredsløb (f. eks. PSpice) kan benyttes til simulering af mekaniske svingningssystemer.

4

Ved at analysere analogien mellem det elektriske og det mekaniske svingningssystem, både teoretisk og praktisk, er det muligt at fastlægge ækvivalensforholdet mellem de to systemer. Derfor vil det være nødvendigt at lave en dybdegående teoretisk analyse for at kunne belyse den forventede sammenhæng. For at virksomheden skal kunne anvende teorierne på deres fysiske produkter, er det også nødvendigt at analysere de to systemer ud fra en praktisk synsvinkel. De praktiske forsøg udføres henholdsvis på et mekanisk system bestående af en fjeder, masse og dæmpemekanisme, samt et elektrisk system opbygget af en kondensator, spole og modstand:



Figur 2.1: Det mekaniske og det elektriske svingningssystem.

Det vil være gavnligt for virksomheden at kunne simulere et mekanisk svingningssystem ud fra et ækvivalent elektrisk svingningssystem, da dette vil reducere udgifterne til opbygning af mekaniske forsøgsopstillinger. Problemstillingen vil derfor blive bearbejdet med simuleringværktøjer for at vise det elektriske system virtuelt. Den virtuelle del er baseret på den teoretiske viden.

Problemstillingen vil blive analyseret ud fra et teoretisk og teknisk synspunkt. Derfor vil der ikke være lagt vægt på økonomiske, miljømæssige og designmæssige aspekter.

De forskellige områder vil blive bearbejdet ud fra gruppens kompetencer på 1.semester, og ud fra de tekniske faciliteter, der er til rådighed på Det Tekniske Fakultet. Måleudstyret, som skal anvendes til målinger, skal være troværdigt. Derfor anvendes der kun standartmåleudstyr som Det Tekniske Fakultet er i besiddelse af.

⁴ Fra Projektoplæg – Bilag 1

2.2 Problemformulering

I forbindelse med den teoretiske analyse og de praktiske målinger, er det naturligt at adskille det mekaniske fra det elektriske. De eksperimentelle resultater for hvert af systemerne kan herefter sammenlignes med de teoretiske resultater, og analogien mellem de to systemer kan efterfølgende analyseres.

I forbindelse med den teoretiske og praktiske arbejdsmetode vil der på baggrund af ovenstående blive belyst følgende spørgsmål:

2.2.1 Analyse af det mekaniske system:

Hvilke teorier skal der anvendes for at kunne analysere det mekaniske system?

Hvordan kan systemet beskrives fysisk ved hjælp af en matematisk model?

Hvilken indvirkning har de forskellige elementer i det mekaniske system?

- Fjeder
- Masse
- Dæmpemekanisme

2.2.2 Analyse af det elektriske system:

Hvilke teorier skal der anvendes for at kunne analysere det elektriske system?

Hvordan kan systemet beskrives fysisk ved hjælp af en matematisk model?

Hvilken indvirkning har de forskellige komponenter i det elektriske system?

- Kondensator
- Spole
- Modstand

Hvilken betydning har de ikke ideelle komponenter og måleudstyr på den praktiske måling?

2.2.3 Simulering af det elektriske system:

Hvilke simuleringværktøjer kan benyttes?

Hvordan sikres en præcis simulering?

2.2.4 Forsøgsopstillinger til eftervisning af analogien:

Hvordan kan forsøgsopstillingerne opbygges, så de stemmer overens med den matematiske model?

Hvilke måleinstrumenter skal benyttes for at kunne bearbejde måleresultater nemmest og for at opnå de mest præcise målinger?

Hvordan kan den matematiske model bedst muligt sammenlignes med de praktiske målinger?

Det mekaniske system:

Hvordan opbygges det mekaniske system, således at det er muligt at måle på?

Hvordan dæmpes det mekaniske system mest optimalt?

Det elektriske system:

Hvordan opbygges det elektriske system, således at det er muligt at måle på?

Hvordan opstilles det elektriske system, så der opnås mindst mulig afvigelse i forhold til den matematiske model?

De forskellige områder vil ikke blive bearbejdet mere komplekst end det er nødvendigt for at vise analogien mellem svingningssystemerne.

2.3 Projektafgrænsning

Fra projektoplægget er projektet i forvejen afgrænset ret kraftigt, men der kan dog ud over disse laves enkelte yderligere supplerende afgrænsninger.

Det elektriske system simuleres i to forskellige programmer for at kunne verificere om disse simuleringer giver samme resultat.

Angående de praktiske forsøg understreges det, at der kun arbejdes med en model af en støddæmper, og der udføres ikke forsøg på en virkelig støddæmper. Derudover vælges det, at der kun laves én enkelt forsøgsopstilling for det mekaniske system og det elektriske system. Dette skyldes, at idet den praktiske sammenhæng kan bevises for ét system, må det formodes, at det gælder generelt, og det vil derfor være unødvendigt at konstruere flere forskellige opstillinger.

Det skal ligeledes nævnes, at det fra projektoplæggets side er fastlagt, at projektet udelukkende omhandler underdæmpede svingninger, og projektet vil derfor ikke omhandle kritisk- og overdæmpede svingninger.

2.4 Kravspecifikation

Målet med projektet er at eftervise analogien mellem mekaniske og elektriske svingninger, og ikke at dimensionere disse svingningssystemer. Derfor vælger gruppen at opbygge det mekaniske system, og derefter beskrive det matematisk. Det elektriske system kan herefter dimensioneres således, at det svarer til det mekaniske system. Grunden til dette valg er, at hvis alle systemets parametre fastlægges i en matematisk model inden det mekaniske systemet konstrueres, vil der sandsynligvis være en del afvigelser mellem teori og praksis, og det vil i dette tilfælde så alligevel være nødvendigt at justere den matematiske model efterfølgende.

Inden det mekaniske system opbygges, vælges ønskede værdier for de enkelte elementer således, at det bliver muligt at måle på systemet. Hvis frekvensen er alt for høj, vil det være umuligt at opsamle præcise målinger af svingningen, og det vil derfor være mest optimalt, hvis frekvensen ligger på omkring 1 Hz, altså 1 svingning pr. sekund. På samme måde vil det være upraktisk, hvis dæmpningen af systemet er så svag, at det vil tage flere minutter, før en dæmpning kan observeres. Derfor vil det her være mest praktisk, hvis svingningen er næsten helt bremset efter ca. 30 sekunder. Det vil give omkring 30 svingninger at måle på, hvilket bør være tilstrækkeligt. Det antages desuden, at denne dæmpning er lineær og udelukkende stammer fra dæmpningsmekanismen. Der ses derfor bort fra både luftmodstand, opdrift og friktion mellem systemets elementer i analysen af det mekaniske system.

3 Teorien for det mekaniske svingningssystem

Det mekaniske svingningssystem består af en fjeder, en masse og en dæmpningsmekanisme. I dette kapitel vil systemets bevægelse blive analyseret i dybden, og der vil blive opstillet en matematisk model for systemets placering som en funktion af tiden.

3.1 Analyse af det mekaniske svingningssystem

I dette afsnit vil det mekaniske system blive analyseret ud fra de kræfter, der påvirker systemet under svingningen. Der vil således blive opstillet en ligning, som kan beskrive svingningen.

På billedet til højre er de kræfter der påvirker systemet henholdsvis i hvile og under svingningen illustreret. Alle de illustrerede kræfter virker i systemets massemidtpunkt, og dermed kan knudepunktsreglen benyttes. Da alle de kræfter, som virker i et punkt, ifølge Newtons 2. lov⁵ er lig med den resulterende kraft, må det derfor gælde under svingningen:

$$\sum F = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_t + F_{Fjeder1} + F_{Dæmp} + F_{res} = 0 \quad (3.1)$$

Tyngdekraften, F_t , kan beskrives ved:

$$F_t = -m \cdot g \quad (3.2)$$

Og betragtes systemet i hvile, ses det, at der ud fra Hookes lov⁶ må gælde, at:

$$F_t = -F_{Fjeder0} = k \cdot y_0 \quad (3.3)$$

hvor k er fjederkonstanten.

Den fjederkraft, som virker på systemet, mens det er i bevægelse, kan beskrives ved:

$$F_{Fjeder1} = -k \cdot y_1 \quad (3.4)$$

Det antages, at dæmpningskraften er proportional med men modsatrettet, den hastighed, som systemet bevæger sig med. Hvilket betyder, at den kan beskrives som:

$$F_{Dæmp} = -D \cdot v = -D \cdot \frac{dy_1}{dt} \quad (3.5)$$

hvor D er en dæmpningskoefficient med enheden $\frac{kg}{s}$, der beskriver forholdet mellem dæmpningen og hastigheden. Denne antagelse vil muligvis give en lille afvigelse i forhold til de praktiske målinger, da dæmpningen nødvendigvis ikke altid vil være lineær. Grunden til, at det alligevel antages, er, at denne afvigelse i de fleste tilfælde vil være minimal. Det vil desuden ikke være muligt for gruppen med de nuværende kompetencer at regne på svingningen, hvis det ikke antages, at dæmpningen er lineær.

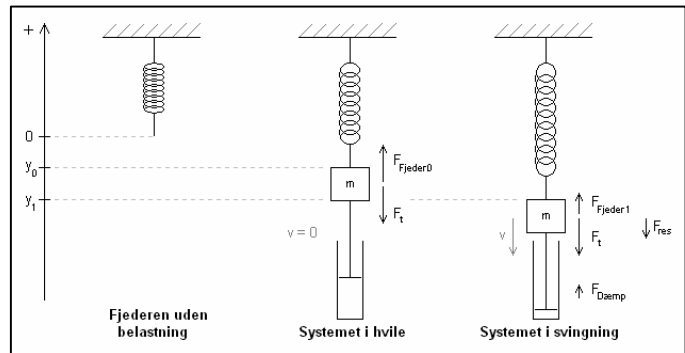
Den resulterende kraft kan, ud fra Newtons 2. lov, skrives som:

$$F_{res} = -m \cdot a = -m \cdot \frac{d^2 y_1}{dt^2} \quad (3.6)$$

Dermed fås, ud fra (3.1) hvis (3.3), (3.4), (3.5) og (3.6) indsættes:

$$F_t + F_{Fjeder1} + F_{Dæmp} + F_{res} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$k \cdot y_0 - k \cdot y_1 - D \cdot \frac{dy_1}{dt} - m \cdot \frac{d^2 y_1}{dt^2} = 0 \quad \Leftrightarrow$$



Figur 3.1: De kræfter som virker på det mekaniske svingningssystemets massemidtpunkt i hvile og under svingningen.

⁵ Kilde 2 – Side 91

⁶ Kilde 2 – Side 150

$$m \cdot \frac{d^2 y_1}{dt^2} + D \cdot \frac{dy_1}{dt} + k \cdot (y_1 - y_0) = 0 \quad (3.7)$$

Idet y_0 vil være konstant, må følgende gælde:

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{d(y_1 - y_0)}{dt} \quad \wedge \quad \frac{d^2 y_1}{dt^2} = \frac{d^2 (y_1 - y_0)}{dt^2} \quad (3.8)$$

hvilket indsat i (3.7) giver:

$$m \cdot \frac{d^2 (y_1 - y_0)}{dt^2} + D \cdot \frac{d(y_1 - y_0)}{dt} + k \cdot (y_1 - y_0) = 0 \quad (3.9)$$

Og da $|y_1 - y_0|$ beskriver afstanden mellem y_1 og y_0 , vil det for en svingning omkring punktet y_0 gælde, at:

$$y = |y_1 - y_0| \quad (3.10)$$

som indsat i (3.9) dermed giver:

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + D \cdot \frac{dy}{dt} + k \cdot y = 0 \quad (3.11)$$

Det ses altså, at svingningen omkring punktet y_0 kan beskrives med en lineær homogen 2. ordens differentialligning, såfremt det antages, at dæmpningen er proportionel med hastigheden.

3.2 Løsning af differentialligning for det mekaniske svingningssystem

I dette afsnit vil den differentialligning, der blev opstillet i forrige afsnit, blive løst, og der vil blive fundet et udtryk for systemets position som en funktion af tiden. Gruppen har valgt at medtage hele løsningen af differentialligningen, da projektoplægget lægger op til en dybdegående analyse af det mekaniske system. En alternativ løsning til differentialligningen kan findes i kilde 3.⁷

For at bestemme den generelle løsning til den homogene lineære 2. ordens differentialligning, (3.11), skal der findes to uafhængige partikulære løsninger, som opfylder differentialligningen ($y_1(t)$ og

$y_2(t)$), hvorved den generelle løsning⁸ kan skrives som:

$$y(t) = A \cdot y_1(t) + B \cdot y_2(t) \quad (3.12)$$

hvor A og B er arbitrære konstanter.

Det antages derfor, at følgende er en løsning til differentialligningen:

$$y(t) = e^{C \cdot t} \quad (3.13)$$

således at:

$$y'(t) = C \cdot e^{C \cdot t} \quad (3.14)$$

$$y''(t) = C^2 \cdot e^{C \cdot t} \quad (3.15)$$

Hermed fås:

$$m \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + D \cdot \frac{dy}{dt} + k \cdot y = 0 \quad \Rightarrow$$

$$m \cdot C^2 \cdot e^{C \cdot t} + D \cdot C \cdot e^{C \cdot t} + k \cdot e^{C \cdot t} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$(m \cdot C^2 + D \cdot C + k) \cdot e^{C \cdot t} = 0 \quad (3.16)$$

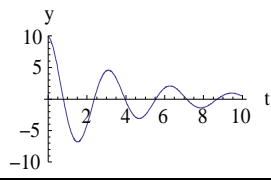
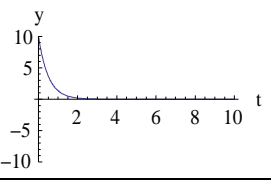
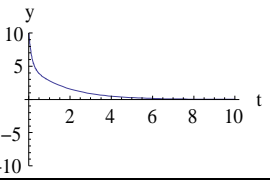
Og da $e^{C \cdot t}$, ikke kan blive nul, vil det derfor gælde, at:

⁷ Kilde 3 - Side 547-556

⁸ Kilde 3 - Side 547

$$m \cdot C^2 + D \cdot C + k = 0 \quad (3.17)$$

Løsningen til denne 2. gradsligning afhænger af størrelsen af diskriminanten, $D^2 - 4 \cdot m \cdot k$. Alt afhængig af om denne er positiv, negativ eller nul, vil svingningen opføre sig forskelligt. De tre typer svingninger og værdier for diskriminanten er illustreret i tabellen herunder:

Underdæmpet:	Kritisk dæmpet:	Overdæmpet:
		
$D^2 - 4 \cdot m \cdot k < 0$	$D^2 - 4 \cdot m \cdot k = 0$	$D^2 - 4 \cdot m \cdot k > 0$

Tabel 3.1: De tre typer svingninger, der opnås ved en variation af diskriminanten.

For en underdæmpet svingning gælder det altså, at diskriminanten skal være negativ i 2. gradsligningen (3.17), altså $D^2 - 4 \cdot m \cdot k < 0$. Løsningen bliver derfor imaginær, idet:

$$\sqrt{D^2 - 4 \cdot m \cdot k} = \sqrt{4 \cdot m \cdot k - D^2} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{4 \cdot m \cdot k - D^2} \cdot j$$

og C kan derfor isoleres til:

$$C = \frac{-D \pm \sqrt{4 \cdot m \cdot k - D^2} \cdot j}{2 \cdot m} = \frac{-D}{2m} \pm \sqrt{\frac{4 \cdot m \cdot k - D^2}{4 \cdot m^2}} \cdot j = \frac{-D}{2m} \pm \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{D^2}{4 \cdot m^2}} \cdot j$$

For overskuelighedens skyld sættes nu:

$$\alpha = \frac{-D}{2 \cdot m} \quad \wedge \quad \beta = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{D^2}{4 \cdot m^2}} \quad (3.18)$$

og C kan derfor skrives som:

$$C = \alpha \pm \beta \cdot j \quad (3.19)$$

$y(t)$ kan derfor i henhold til (3.13) skrives som:

$$y(t) = e^{(\alpha \pm \beta \cdot j) \cdot t} = e^{\alpha t} \cdot e^{\pm \beta \cdot j \cdot t}$$

Herefter benyttes nu Eulers formel⁹:

$$e^{x \cdot j} = \cos(x) + j \cdot \sin(x) \quad (3.20)$$

hvilket giver:

$$y_a(t) = e^{\alpha t} \cdot [\cos(\beta \cdot t) + j \cdot \sin(\beta \cdot t)] \quad (3.21)$$

$$y_b(t) = e^{\alpha t} \cdot [\cos(\beta \cdot t) - j \cdot \sin(\beta \cdot t)] \quad (3.22)$$

Da det er en homogen lineær differentialligning, som skal løses, gælder det at summen af lineært uafhængige løsninger også er løsning til differentialligningen. Derfor må følgende, ud fra de to løsninger (3.21) og (3.22), ligeledes være løsninger til differentialligningen:

$$y_1(t) = \frac{y_a(t) + y_b(t)}{2} = e^{\alpha t} \cdot \cos(\beta \cdot t) \quad (3.23)$$

$$y_2(t) = \frac{y_a(t) - y_b(t)}{2 \cdot j} = e^{\alpha t} \cdot \sin(\beta \cdot t) \quad (3.24)$$

Hermed kan (3.23) og (3.24) benyttes i (3.12), hvilket giver:

$$y(t) = A \cdot y_1(t) + B \cdot y_2(t) \quad \Rightarrow$$

$$y(t) = A \cdot e^{\alpha t} \cdot \cos(\beta \cdot t) + B \cdot e^{\alpha t} \cdot \sin(\beta \cdot t) \quad \Leftrightarrow$$

⁹ Kilde 3 – Side 317

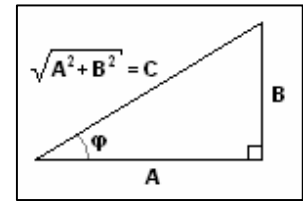
$$y(t) = A \cdot e^{\alpha t} \cdot \left[\cos(\beta \cdot t) + \frac{B}{A} \cdot \sin(\beta \cdot t) \right] \quad (3.25)$$

For at reducere dette udtryk benyttes en hjælpevinkel, φ , som illustreret på figur 3.2, således at:

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \frac{B}{A} \quad (3.26)$$

Denne indsættes nu i (3.25):

$$y(t) = A \cdot e^{\alpha t} \cdot \left[\cos(\beta \cdot t) + \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} \cdot \sin(\beta \cdot t) \right] \quad \Leftrightarrow$$



Figur 3.2: Hjælpetrekant

$$y(t) = \frac{A}{\cos(\varphi)} \cdot e^{\alpha t} \cdot [\cos(\varphi) \cdot \cos(\beta \cdot t) + \sin(\varphi) \cdot \sin(\beta \cdot t)] \quad (3.27)$$

Det ses nu ud fra hjælpetrekanten, at:

$$\frac{A}{\cos(\varphi)} = C \quad (3.28)$$

Og benyttes desuden sammenhængen¹⁰:

$$\cos(x) \cdot \cos(y) + \sin(x) \cdot \sin(y) = \cos(x - y) \quad (3.29)$$

fås dermed ud fra (3.27), (3.28) og (3.29):

$$y(t) = C \cdot e^{\alpha t} \cdot \cos(\beta \cdot t - \varphi) \quad (3.30)$$

Det ses altså, at løsningen til differentialligningen er en dæmpet harmonisk svingning som forventet med den eksponentielt aftagende amplitude $C \cdot e^{\alpha t}$ og faseforskydningen φ .

Idet de praktiske forsøg på svingningssystemet udføres ved, at systemet trækkes ud til en fastlagt startamplitude, y_s , og tiden derefter startes, vil denne startamplitude derfor være lig C , mens faseforskydningen vil være 0, altså:

$$y(t) = y_s \cdot e^{\alpha t} \cdot \cos(\beta \cdot t) \quad (3.31)$$

Indsættes (3.18), i (3.31), kan den underdæmpede harmoniske svingning for det mekaniske system derfor beskrives ved:

$$y(t) = y_s \cdot e^{\frac{-D}{2 \cdot m} t} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{D^2}{4 \cdot m^2}} \cdot t\right) \quad (3.32)$$

Hvor y_s , som nævnt, er den startamplitude, systemet påtrykkes.

Som det ses, er svingningens dæmpning bestemt af α , og begrebet dæmpningsfaktor, δ , indføres derfor for denne størrelse:

$$\delta = \frac{D}{2 \cdot m} \quad [s^{-1}] \quad (3.33)$$

Samtidig er svingningens vinkelfrekvens, ω , bestemt ved β :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{D^2}{4 \cdot m^2}} = \sqrt{\frac{k}{m} - \delta^2} \quad \left[\frac{\text{rad}}{s}\right] \quad (3.34)$$

Og frekvensen for svingningen kan derfor bestemmes ved:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad [s^{-1}] \quad (3.35)$$

Det viser sig altså, at det mekaniske systems position som en funktion af tiden kan beskrives med en harmonisk svingning, som aftager eksponentielt. Denne svingning er afhængig af tre størrelser, henholdsvis startamplituden (y_s), dæmpningsfaktoren (δ) og vinkelfrekvensen (ω).

¹⁰ Kilde 3 - Side 104

4 Teorien for det elektriske svingningssystem

Det mekaniske svingningssystem kan beskrives med et elektrisk svingningssystem, som er et RLC-kredsløb¹¹. Navnet beskriver, at kredsløbet består af en modstand R, en spole L og en kondensator C, men der er ikke sat begrænsninger for, hvordan kredsløbskomponenterne er forbundet sammen.

Eftersom det mekaniske svingningssystem består af kredsløbskomponenter forbundet serielt, laves der på baggrund af dette en analyse af et serielt RLC-kredsløb. Hvis analysen bekræfter ækvivalensen, vil gruppen ikke lave en analyse af et parallelt RLC-kredsløb, eftersom analogien allerede er eftervist.

4.1 Analyse af det elektriske svingningssystem

I dette afsnit vil det elektriske system blive analyseret ved at betragte spændingen over de elektriske komponenter under svingningen. Der vil således blive opstillet en ligning, som kan beskrive spændingen som en funktion af tiden.

For at påtrykke det elektriske system i en harmonisk svingningsbevægelse, kræves en ændring af ladningen i kondensatoren. Dette opnås ved at oplade kondensatoren med en DC-kilde. Dernæst forbindes de tre komponenter serielt, som vist på figur 4.1. Strømmen fra kondensatorens positive pol vil begynde at løbe mod dens negative pol. Det medfører, at kondensatoren aflades, og strømmen i spolen vokser.¹² På et tidspunkt er kondensatoren afladet, og dermed kan strømmen i spolen ikke blive større. Strømmen fortsætter med at løbe mod kondensatorens negative pol, og kort tid efter er kondensatoren opladet igen. Ladningsflytningen har medført, at polerne i kondensatoren har vendt sig, og derfor er spændingen over den negativ. Kondensatoren begynder at aflade igen, men denne gang løber strømmen den anden vej, fordi den negative pol befinder sig på den anden side af kondensatoren. Denne proces danner harmoniske svingninger. Undervejs løber strømmen gennem modstanden, hvilket medfører en energiafsætning. Denne energiafsætning medfører en reducere af ladningen i kredsløbet, dette gør den harmoniske svingning dæmpet.

For at opstille en matematisk model for det serielle RLC-kredsløb benyttes Kirchhoffs spændingslov¹³, maskereglen.

Ifølge Kirchhoffs spændingslov er summen af alle spændinger i et lukket kredsløb lig med 0. Loven anvendes til at beskrive RLC-kredsløbet:

$$\sum V_{RLC} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad V_R + V_L + V_C = 0 \quad (4.1)$$

De tre spændinger omskrives således, at der dannes en differentialligning med ladningen som den uafhængige variabel.

Spændingen over modstanden er udtrykt med Ohms lov:

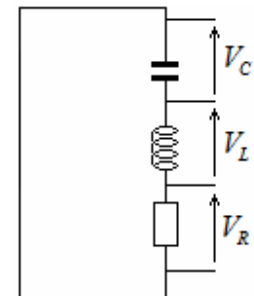
$$V_R = i \cdot R \quad (4.2)$$

Der gælder følgende sammenhæng mellem strømmen og ladningen:

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (4.3)$$

Indsættes (4.3) i (4.2), fås spændingen over modstanden, udtrykt med ladningen q :

$$V_R = \frac{dq}{dt} \cdot R \quad (4.4)$$



Figur 4.1: De tre spændinger for RLC-kredsløbet

¹¹ Kilde 5 - Side 10

¹² Kilde 2 - Side 826

¹³ Kilde 1 - Side 31

Spændingen over spolen¹⁴ kan beskrives ved:

$$V_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (4.5)$$

(4.3) indsættes i (4.5), og dermed fås spændingen over spolen, udtrykt med ladningen q :

$$V_L = L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \quad (4.6)$$

Strømmen gennem kondensatoren¹⁵ er:

$$I_c = C \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4.7)$$

(4.7) omskrives således, at det er spændingen der er udtrykt med q :

$$\frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dv}{dt} \quad \Leftrightarrow$$

$$q = C \cdot V_c \quad \Leftrightarrow$$

$$V_c = \frac{1}{C} q \quad (4.8)$$

Formlerne (4.4), (4.6) og (4.8) indsættes i (4.1), og dermed fås differentielligningen for det serielle RLC-kredsløb:

$$L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + R \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0 \quad (4.9)$$

Hvis differentielligningen for det elektriske system (4.9) sammenlignes med differentialligningen for det mekaniske system (3.11), ses følgende sammenhæng i tabel 4.1:

Symbol i den mekaniske model:	Symbol i den elektriske model:
y	q
m	L
D	R
k	C^{-1}

Tabel 4.1: Symbolanalogien mellem differentialligningen for det mekaniske system og differentialligningen for det elektriske system.

Dermed er det vist, at det mekaniske system kan beskrives med et serielt RLC-kredsløb, og derfor vælger gruppen at undlade udledningen for et parallelt RLC-kredsløb.

4.2 Løsning af differentialligningen for det elektriske svingningssystem

Ved at betragte tabel 4.1 kan løsningen for det elektriske system opskrives. Ved at erstatte de mekaniske symboler med de elektriske symboler i (3.32) fås:

$$q(t) = q_s \cdot e^{\frac{-R}{2L}t} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4 \cdot L^2}} \cdot t\right) \quad (4.10)$$

Eftersom det er spændingen, der måles i det elektriske system, omskrives q til V . Spændingen og ladningen er ligefrem proportionelle, som det eksempelvis ses for kondensatoren i formel (4.8):

$$q = C \cdot V_c \quad (4.11)$$

Hvis ladningen udskiftes med spændingen i formel (4.10), fås dermed:

¹⁴ Kilde 1 - Side 180

¹⁵ Kilde 1 - Side 185

$$V(t) = V_s \cdot e^{\frac{-R}{2L}t} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t\right) \quad (4.12)$$

hvor V_s er den startamplitude, det elektriske system påtrykkes.

Ligesom for det mekaniske system, indføres dæmpningsfaktoren χ , som svarer til:

$$\chi = \frac{R}{2L} \left[\frac{\Omega}{H} \right] \quad (4.13)$$

Vinkelfrekvensen defineres som:

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \chi^2} \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (4.14)$$

Spændingen over de enkelte kredsløbskomponenter beskrives som en harmonisk svingning, der aftager eksponentielt, og afhænger af start-amplituden (V_s), dæmpningsfaktoren (χ) og vinkelfrekvensen (ν).

5 Teoretisk analogi mellem mekaniske og elektriske svingninger

I dette kapitel vil der blive dannet et overblik over den teoretiske analogi mellem mekaniske og elektriske svingningssystemer. Der vil samtidig blive beskrevet, hvilke parametre der skal være opfyldt for de to svingninger, for at disse er sammenfaldende.

For både det mekaniske og det elektriske system gælder maske- og knudepunktsregler, som illustreret i tabellen herunder:

Fysisk system:	Maskeregel:	Knudepunktsregel:
Mekanisk	$\sum v = 0$	$\sum F = 0$
Elektrisk	$\sum V = 0$	$\sum I = 0$

Tabel 5.1: Maske- og knudepunktsregler for det mekaniske og elektriske system.¹⁶

Ved det mekaniske system benyttes knudepunktsreglen (afsnit 3.1), mens maskereglen benyttes for det elektriske system (afsnit 4.1) til at beskrive svingningen, idet der i begge tilfælde betragtes et serielt kredsløb. Derfor vil spændingen V svare til kraften F .

De øvrige sammenhænge mellem parametrene i det mekaniske og elektriske system er samlet i tabellen herunder, hvor tilsvarende parametre for de to systemer er listet op over for hinanden:

Det mekaniske system			Det elektriske system		
Navn:	Symbol:	Enhed:	Navn:	Symbol:	Enhed:
Kraft	F	$[N]$	Spændingsfald	V	$[V]$
Udsving	y	$[m]$	Ladning	q	$[C]$
Hastighed	v	$\left[\frac{m}{s}\right]$	Strøm	I	$[A]$
Start-amplitude	y_s	$[m]$	Start-amplitude	V_s	$[V]$
Masse	m	$[kg]$	Induktans	L	$[H]$
Dæmpningskoefficient	D	$\left[\frac{kg}{s}\right]$	Resistans	R	$[\Omega]$
Fjederkonstant	k	$\left[\frac{N}{m}\right]$	Reciprok kapacitans	C^{-1}	$[F]$
Dæmpningsfaktor	δ	$[s^{-1}]$	Dæmpningsfaktor	χ	$\left[\frac{\Omega}{H}\right]$
Vinkelfrekvens	ω	$\left[\frac{rad}{s}\right]$	Vinkelfrekvens	ν	$\left[\frac{rad}{s}\right]$

Tabel 5.2: Tilsvarende parametre for det mekaniske og elektriske svingningssystem.

¹⁶ Kilde 4 - Side 26

Som beskrevet i gennemgangen af teorien bag henholdsvis de mekaniske og de elektriske svingninger, er svingningens forløb kun afhængig af de tre størrelser: startamplitude, dæmpningsfaktor og vinkelfrekvens. For at de to svingninger er sammenfaldende skal det derfor gælde at:

$$y_s = V_s \quad \wedge \quad \delta = \chi \quad \wedge \quad \omega = \nu$$

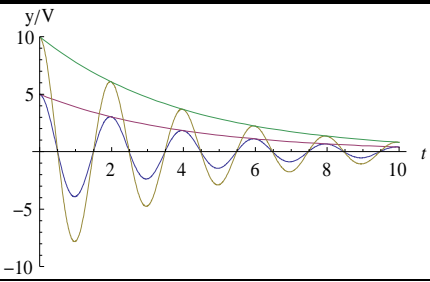
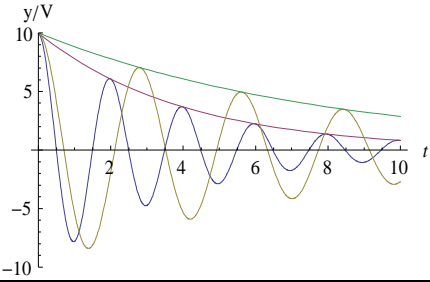
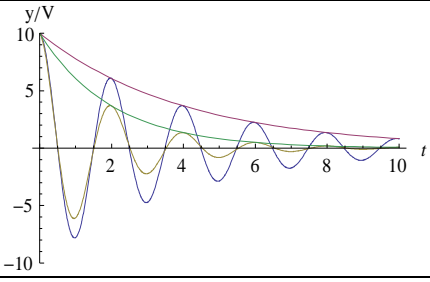
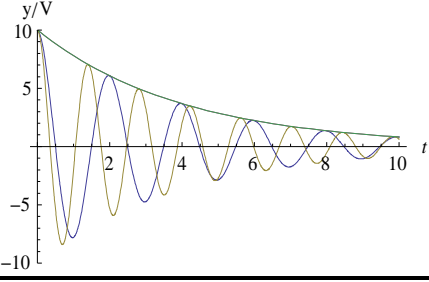
Dette kan opnås ved at lade:

$$m = L \quad \wedge \quad D = R \quad \wedge \quad k = C^{-1}$$

Men det er ikke nødvendigvis et krav for at svingningerne er sammenfaldende, de skal blot indbyrdes have det samme proportionalitetsforhold.

6 Den enkelte parameters indflydelse på svingningen

I nedenstående tabel er parametrene indflydelse på svingningen beskrevet og illustreret. I den grafiske afbildning er parameterens værdi fordoblet i den gule graf i forhold til den blå graf:

Parameter der ændres		Beskrivelse af ændring	Grafisk afbildning af ændring
Mekanisk	Elektrisk		
y_s	V_s	Hvis startamplituden ændres, vil grafens værdi til tiden $t = 0$ ændres i forhold til denne værdi. Frekvensen for de to grafer vil være den samme, da denne er uafhængig af startamplituden. Dæmpningen for de to grafer er ligeledes den samme, således at amplituden vil være halveret til samme tid, t , for begge grafer.	
m	L	Gøres massen eller spolen større, vil det have en indflydelse på både frekvens og dæmpningen. Som det ses på figuren, vil både frekvensen og dæmpningen blive mindre, da der i både dæmpningsfaktoren og vinkelfrekvensen divideres med størrelsen af henholdsvis massen og spolen.	
D	R	Hvis dæmpningsfaktoren eller modstanden gøres større, vil dæmpningen naturligt nok også blive større. Frekvensen vil desuden blive en anelse mindre. Dette er dog meget minimalt, da det for en underdæmpet svingning oftest vil gælde at $\frac{D^2}{4m^2} \ll \frac{k}{m}$. Frekvensændringen kan derfor heller ikke ses på billedet til højre.	
k	C^{-1}	Gøres fjederkonstanten eller den reciproke værdi af kondensatoren større, vil frekvensen ligeledes blive større. Dæmpningen vil dog stadig forblive den samme, da denne er uafhængig af henholdsvis fjederkonstanten og kondensatoren.	

Tabel 6.1: I tabellen er beskrevet og illustreret, hvilken indflydelse de enkelte parametre har på svingningens forløb.

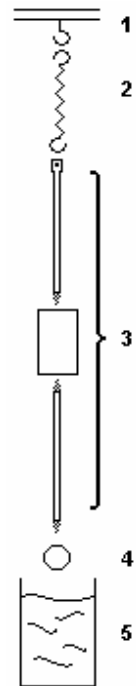
7 Forsøg med det mekaniske svingningssystem

I dette kapitel vil forsøget med det mekaniske svingningssystem blive gennemgået. Først vil der være en grundig redegørelse for valg af materialer og målemetode i forbindelse med selve forsøgsopstillingen. På baggrund af forsøgsresultaterne vil dæmpningskoefficienten, D , blive bestemt og en matematisk model for svingningen blive opstillet. Denne matematiske model vil derefter blive sammenlignet med det praktiske forsøg, og eventuelle fejkilder vil blive beskrevet.

7.1 Valg af materialer

Gruppen har valgt at opbygge det mekaniske system, som illustreret på figur 7.1. De enkelte dele bliver gennemgået herunder:

1. Til ophæng af systemet benyttes der et standardstativ fra fysiklaboratoriet.
2. Til projektet blev der udleveret to forskellige fjedre med fjederkonstanter på henholdsvis $40 \frac{N}{m}$ og $50 \frac{N}{m}$. Gruppen valgte derfor at benytte en af disse to fjedre i stedet for at anskaffe en selv. Fjederen med fjederkonstant på $40 \frac{N}{m}$ blev valgt, da det kræver den mindste masse for at opnå den ønskede svingningsfrekvens.
3. Massen i systemet består af to kobberstænger og et lod. Denne masse bliver teoretisk udregnet i afsnit 7.3. De to kobberstænger har gevind i begge ender og en diameter på henholdsvis 4 og 3 mm. Der er lavet et monteringshul til fjederen i den øverste ende af stangen. Loddet er formet som en cylinder med gevindhuller i midten i begge ender. Det antages desuden, at fjederen er masseløs, da den vejer meget lidt i forhold til resten af massen.
4. Golfkuglen er valgt frem for et cylinderstempel eller et cirkelskivestempel. Cylinderstemplet vil veje for meget og give for stor opdrift. Cirkelskivestemplet vil svinge for meget fra side til side og vil have en større tendens til turbulente strømninger i dæmpningsvæsken. Golfkuglen har den rette størrelse til forsøget og desuden gør boldens huller, "dimples", at bolden bryder det legeme, den befinder sig i, langsommere, og dermed mindskes turbulensen.¹⁷
5. I forbindelse med dæmpningsmekanismen diskuterede gruppen flere ideer. Blandt andet ville det være muligt at dæmpe svingningen ved hjælp af elektromagneter, men da oliebeholderen var den mulighed som krævede mindst forarbejde, valgte gruppen denne for at fokusere på målet med rapporten. Rapsolien befinder sig i en plexiglasbeholder fra kemilaboratoriet. Begrundelsen for valget af rapsolie er, at olie har højere viskositet og dermed mindre tendens til at opføre sig turbulent i modsætning til eksempelvis vand.¹⁸



Figur 7.1:
Den mekaniske forsøgsopstilling

7.2 Diskussion af målemetode

De tre målemetoder, der har været diskuteret i gruppen, er henholdsvis at benytte et videokamera, en afstandssensor eller en optisk mus. Fordele og ulemper ved de enkelte målemetoder vil blive gennemgået herunder, og den bedst egnede vil blive udvalgt.

7.2.1 Videokamera:

Loddet bliver filmet, og filen eksporteres til en computer. Med et program kan loddets placering afmærkes og placeringen overføres til et (x,y)-koordinatsystem.

Fordelen ved videokameraet er, at det kan benyttes uden videre forarbejde og beregninger, det skal ikke kalibreres. Ulempen er, at det tager en del tid at afmærke tilstrækkeligt mange punkter af loddets placering i programmet, samt at det kan være lidt besværligt at fastsætte et nulpunkt for svingningerne.

¹⁷ <http://da.wikipedia.org/wiki/Golfbold#Aerodynamik> (26/11 2007)

¹⁸ En yderligere begrundelse for valget af golfkuglen og rapsolien forefindes i afsnit 7.3.

7.2.2 Afstandssensor:

Afstandssensoren kan måle afstanden til et givet punkt. Det er dermed muligt at måle ændringen i afstanden til f.eks. loddet under svingningen. Sensoren sættes til en computer, hvor et program giver placeringen i et (x,y)-koordinatsystem.

Der findes mange forskellige afstandssensorer, eksempelvis er der ultralyds- og infrarødsensorer. De mange muligheder gør det nemt at finde en afstandssensor, som kan tilpasses til systemet. En ulempe er dog, at afstandsbedømmelsen skal kontrolleres.

7.2.3 Optisk mus:

Den optiske mus fastsættes på et stativ meget tæt på systemet, hvor dens optiske sensor registrer bevægelsen af systemet. Det er således muligt med en del forarbejde at konvertere denne bevægelse til en punktserie, som kan indsættes i et (x,y)-koordinatsystem. Når dette forarbejde er udført, er det dermed muligt meget hurtigt og nemt at optage mange forsøgsrækker. Det skal dog nævnes, at denne metode skal eftervises, for at de målte resultater med sikkerhed er korrekte.

7.2.4 Valg af målemetode:

På baggrund af ovenstående diskussion, valgte gruppen at benytte videokameraet til at optage målingerne med, da denne metode kræver mindst forarbejde. Da der kun skal foretages målinger på ét svingningssystem, betyder det ikke så meget, at det tager tid at afsætte punkterne på den optagede video. Til forsøget benyttes et Sony videokamera¹⁹, som optager med 24,96fps²⁰. Dette rundes op til 25fps, da det ikke vil give en synderlig afvigelse, idet svingningen kun varer 30 sekunder.

7.3 Bestemmelse af de fysiske størrelser for det mekaniske svingningssystem

Da udseendet på forsøgsopstillingen nu er fastlagt, er det nødvendigt at bestemme de fysiske størrelser, inden forsøget kan foretages. I det efterfølgende afsnit vil størrelsen på massen og dæmpningskoefficienten derfor blive bestemt, således at kravene fra kravspecifikationen er opfyldt. Det skal nævnes, at gruppen, som nævnt i kravspecifikationen, ikke ønsker at dimensionere dæmpningsmekanismen ud fra dæmpningskoefficienten, da denne beregning ikke kan udføres med de kompetencer gruppen besidder på 1. semester. Derimod benyttes dæmpningskoefficienten blot til at kunne give et kvalificeret bud på udseendet af dæmpningsmekanismen, og den egentlig dæmpningskoefficient vil blive bestemt ud fra det praktiske forsøg i afsnit 7.5.

I kravspecifikationen blev det fastlagt, at svingningen skal have en frekvens på omkring 1Hz, og at den skal være næsten helt dæmpet efter ca. 30 sekunder. Fjederkonstanten²¹ er fastlagt til $40 \frac{N}{m}$.

For at bestemme størrelsen af massen benyttes udtrykket for svingningens frekvens, som blev udledt i afsnit 3.2:

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{\sqrt{\frac{k}{m} - \frac{D^2}{4 \cdot m^2}}}{2 \cdot \pi} \quad (7.1)$$

Fordi det er en underdæmpet svingning vil $D^2 < 4 \cdot m \cdot k$, og det antages derfor at $\frac{D^2}{4 \cdot m^2} \ll \frac{k}{m}$. Med denne tilnærmelse kan frekvensen skrives som:

$$f \approx \frac{\sqrt{\frac{k}{m}}}{2 \cdot \pi} \quad (7.2)$$

¹⁹ Sony DCR-SR32

²⁰ fps: Frames per second (Antal billeder pr. sekund)

²¹ Fjederene er fra producentens side angivet til at følge DIN 2095 Gütegrad 2 standarden (se kilde 6), hvilket betyder at fjederkonstanten kan variere med 1 %. Derfor vælger gruppen ikke at måle den fjederkonstant efter, da dette ellers vil være rimeligt omfattende og optage plads i rapporten.

og massen kan hermed bestemmes ved indsættelse af fjederkonstanten og frekvensen:

$$m \approx \frac{k}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2} = \frac{40 \frac{N}{m}}{(1 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot \pi)^2} = \underline{1,0132 \text{ kg}}$$

For herefter at bestemme størrelsen af dæmpningskoefficienten betragtes størrelsen af amplituden på svingningen, som ud fra (3.32) kan beskrives ved:

$$A(t) = y_s \cdot e^{-\frac{D}{2m}t} \quad (7.3)$$

Denne funktion kan aldrig blive nul, og derfor vedtages det, at svingningen skal være dæmpet til $\frac{1}{20}$ af startamplituden efter 30 sekunder, således at:

$$A(30) = \frac{1}{20} \cdot y_s \quad (7.4)$$

Indsættes (7.4) og størrelsen af massen, i (7.3), kan dæmpningskoefficienten dermed bestemmes:

$$A(30) = y_s \cdot e^{-\frac{D}{2 \cdot 1,0132} \cdot 30} = \frac{1}{20} \cdot y_s \quad \Rightarrow$$

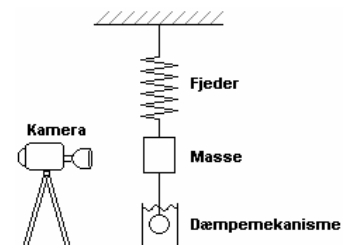
$$D = -\frac{\ln\left(\frac{1}{20}\right)}{30} \cdot 2 \cdot 1,0132 = \underline{0,2024 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}$$

Ud fra de ovenstående beregninger blev det altså bestemt, at massen i svingningssystemet skal være omkring 1 kg , for at opnå den ønskede frekvens. Dæmpningskoefficienten skal ligge omkring $0,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ for at svingningen er næsten helt dæmpet efter ca. 30 sekunder. Denne dæmpning vurderes til at kunne opnås ved at benytte en golfkugle i en beholder med rapsolie som dæmpningsmekanisme. Hvis dette viser sig at være en dårlig vurdering, kan massen gøres større eller mindre, hvormed dæmpningen bliver henholdsvis svagere og kraftigere. Hvis dette gøres, bliver frekvensen ligeledes mindre.

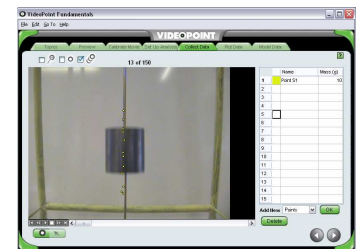
7.4 Fremgangsmåde for forsøg med det mekaniske svingningssystem

Fremgangsmåden for udførelsen af forsøget er gennemgået herunder. Til højre ses forsøgsopstillingen samt et billede fra programmet Videopoint.

1. Opstillingen opsættes, og kameraet sættes til at optage.
2. Derefter føres loddet ned, og når golfkuglen er tæt på bunden, slippes loddet. Der filmes i omkring 30 sekunder. Det optages i alt fem film, hvorefter den bedste udvælges ud fra kvaliteten af filmen.
3. Den optagede film²² eksporteres til en computer.
4. Filmen åbnes i VirtualDub²³, hvor videoen klippes til og hver femte frame bibeholdes, dette gøres for at reducere antallet af målepunkter. Videoen klippes således, at en frame med ligevægtspunktet er beholdt, for at have et referencepunkt. $t = 0$ sættes til første gang loddet når sit første toppunkt, dette gøres for at få en positiv startamplitude.
5. Videoen konverteres nu til filformatet ”*.mov” ved hjælp af YasaVideoConverter²⁴.
6. Den redigerede film åbnes i Videopoint²⁵ og målestoksforholdet skaleres efter højden på loddet. Derefter plottes placeringen af loddet og disse data kan nu eksporteres til en Excel-fil.
7. Data fra Excel-filen eksporteres til Graph²⁶ for at plote punkterne.



Figur 7.2: Forsøgsopstillingen



Figur 7.3: Programmet Videopoint

²² Filmen kan findes på den vedlagte CD.

²³ VirtualDubMod, version 1.5.10.2 (Based on VirtualDub 1.5.10 by Avery Lee)

²⁴ YasaVideoConverter, version 3.4 (Build 065) (Unregistered Version), Yasoftware Inc.

²⁵ Videopoint Physics Fundamentals, version 1.0.0 (Demo), Lenox Softworks Inc.

²⁶ Graph, version 4.3 (Underversion 384) by Ivan Johansen

7.5 Bestemmelse af de fysiske størrelser i det mekaniske svingningssystem

I det efterfølgende afsnit vil dæmpningskoefficienten for dæmpningsmekanismen blive bestemt ud fra de praktiske målinger, og alle de fysiske størrelser for den endelige mekaniske forsøgsopstilling vil blive samlet i en tabel sidst i afsnittet.

For at bestemme dæmpningskoefficienten for dæmpningsmekanismen blev alle toppunkter for svingningen inden for de 30 sekunder først aflæst, igen ved brug af programmet Videopoint. Disse punkter er indsat på diagram 7.1, sammen med de resterende målepunkter fra det mekaniske forsøg. Ud fra y -værdien til $t = 0$, kunne startamplituden nu aflæses til $y_s = 0,0582m$, og da den samlede masse for messingstænger, metalcylinder og golfbold blev vejret til $m = 1,1303kg$, kan dæmpningskoefficienten for hver af de resterende punkter nu bestemmes ud fra formlen for amplituden af svingningen, (7.3), hvor D kan isoleres:

$$D = -\ln\left(\frac{A(t)}{y_s}\right) \cdot 2 \cdot m \quad (7.5)$$

Herefter blev gennemsnittet af alle disse værdier fundet, og dæmpningskoefficienten blev dermed bestemt til $D = 0,283 \frac{kg}{s}$, ved brug af Mathematica.

De fysiske størrelser for det mekaniske forsøg ser dermed således ud:

Startamplitude, y_s :	0,0582m	Dæmpningskoefficient, D :	$0,283 \frac{kg}{s}$
Masse, m :	1,1303kg	Dæmpningsfaktor, δ :	$0,125s^{-1}$
Fjederkonstant, k :	$40 \frac{N}{m}$	Frekvens, f :	0,945Hz

Tabel 7.1: De fysiske størrelser i det mekaniske forsøg. Dæmpningsfaktoren og frekvensen er beregnet med henholdsvis formel (3.33) og (3.35).

7.6 Resultater fra det mekaniske forsøg

På diagrammet herunder ses resultaterne fra det mekaniske forsøg, samt den matematiske model med værdierne fra tabel 7.1:

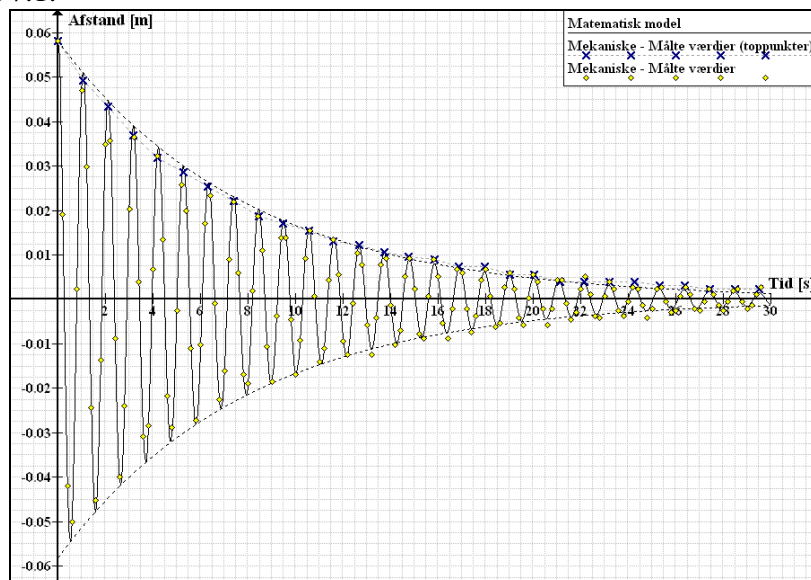


Diagram 7.1: Resultater fra det mekaniske forsøg sammen med den matematiske model. Toppunkter for svingningen er indsat som kryds.

De målte resultater stemmer meget godt overens med den matematiske model, dog ses enkelte afvigelser i takt med at svingningen ebber ud.

7.7 Diskussion af fejlkilder for det mekaniske svingningssystem

De fejlkilder og måleusikkerheder, som optræder under forsøget, vil blive beskrevet i dette afsnit. De afvigelser, der er mellem de målte data og den matematiske model, vil derefter blive forklaret.

De fejlkilder og måleusikkerheder, som optræder under forsøget ses i tabellen herunder:

Måleusikkerheder:	Fejlkilder:
<ul style="list-style-type: none"> - Præcision i afsætning af punkter i VideoPoint - Kameraets framerate på 24,96fps 	<ul style="list-style-type: none"> - Ulinearitet i dæmpningsmekanismen forårsaget af blandt andet turbulens - Påvirkninger fra anden friktion og luftmodstand - Ulinearitet i fjederkonstanten - Eventuelle skævheder i konstruktionen

Tablet 7.2: Oversigt over måleusikkerheder og fejlkilder ved det mekaniske forsøg.

Det ses på diagram 7.1, at dæmpningen ikke er helt lineær som antaget i teorien, da toppunkterne ikke ligger på indhylningskurven. Afvigelsen er så minimal, at dæmpningen tilnærmelsesvis, som antaget, kan betragtes som lineær. At dæmpningen ikke er helt lineær, vil medføre en større afvigelse, jo længere tid der går, og en større afvigelse kan observeres, i takt med at svingningen ebber ud. Der kan da ligeledes også anes en lille afvigelse i frekvensen med tiden, hvilket også kan tilskrives dæmpningens ulinearitet.

Det ses desuden, at der er nogle få punkter, som falder uden for den matematiske model. Denne afvigelse kan dog lige så godt tilskrives måleusikkerheder i forbindelse med afsætningen af punkterne, som kan være forårsaget af egentlige fejlkilder.

8 Simulering af det elektriske system

I dette kapitel vil blive redegjort for, hvordan de elektriske simuleringværktøjer kan bruges til at simulere det elektriske system. Komponentstørrelser til simuleringen vil desuden blive bestemt. Data fra simuleringværktøjerne vil til sidst i kapitlet blive sammenlignet med den matematiske model.

8.1 Valg af simuleringværktøjer

For at simulere det elektriske system benyttes to programmer, Multisim og PSpice. Eftersom flere af gruppens medlemmer tidligere har arbejdet med programmet Multisim (eller den tidligere version, Electronics Workbench), faldt valget på dette simuleringværktøj. I samråd med vejlederen, besluttede gruppen også at anvende PSpice, for at se om der er forskel på de to simuleringer.

8.2 Bestemmelse af komponentstørrelser til simulering af det elektriske system

Fra det mekaniske system kan værdierne for massen og dæmpningen overføres direkte til henholdsvis spolen og modstanden. Fjederkonstanten k svarer til $\frac{1}{C}$, som beskrevet i afsnit 4.1:

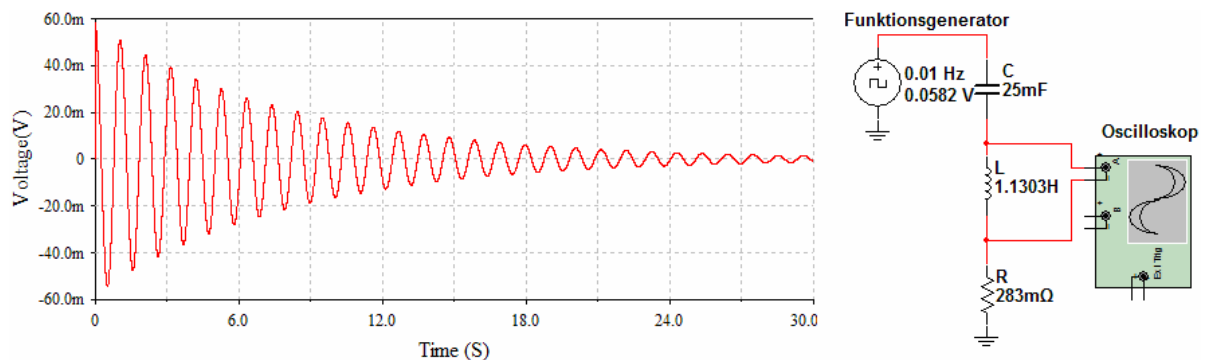
Det mekaniske forsøg			Den elektriske simulering		
Masse	m	1,1303kg	Spole	L	1,1303H
Dæmpning	D	0,283 $\frac{kg}{s}$	Modstand	R	0,283 Ω
Fjederkonstant	k	40 $\frac{N}{m}$	Kondensator	C	$\frac{1}{40} F = 25mF$

Tablet 8.2: Fysiske størrelser for elementerne i det mekaniske system og for komponenter i den elektriske simulering.

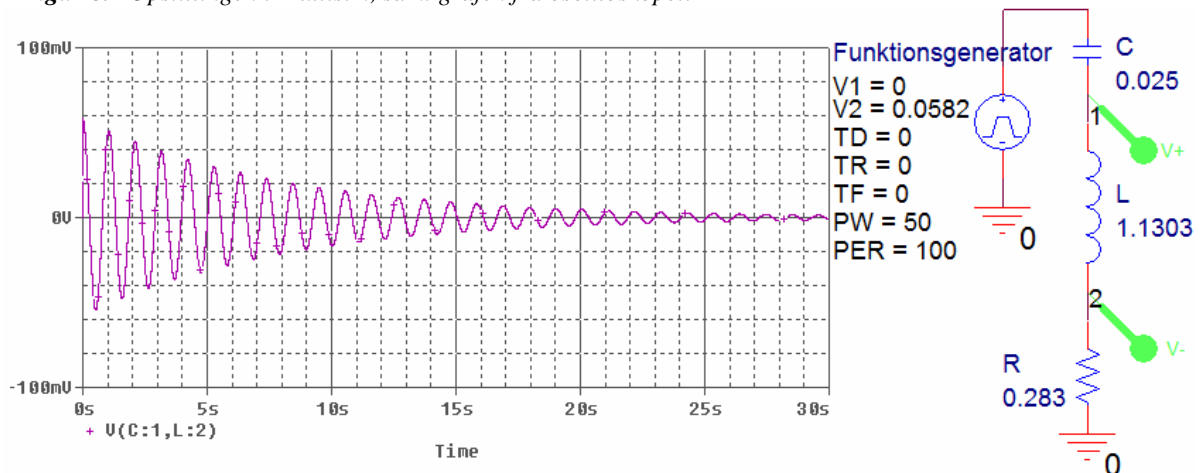
8.3 Simuleringen med Multisim og PSpice af det elektriske svingningssystem

I stedet for at have en DC-kilde, der oplader kondensatoren, samt en switch, der starter afladningen, valgte gruppen at benytte en funktionsgenerator til simuleringdelen og det elektriske forsøg. Funktionsgeneratoren er indstillet til at sende firkantede impulser, således at den skifter mellem 0V og 0,0582V, for at simulere samme startamplitude som det mekaniske forsøg. Fordelen ved at bruge en funktionsgenerator i stedet for en switch er, at gruppen slipper for at oplade kondensatoren manuelt. De to opstillinger minder meget om hinanden, men der er en vigtig forskel, som bør nævnes. Når simuleringen begynder, $t = 0$, giver funktionsgeneratoren 0,0582V. Eftersom kondensatoren er afladet, ligger hele spændingen over spolen, og ikke over kondensatoren. Efter $t = 0$, vil kondensatoren begynde at oplade, og dermed falder spændingen over spolen. Systemet følger derefter harmoniske svingninger, som beskrevet i afsnit 4.1.

Multisim og PSpice er indstillet til at foretage 1000 beregninger pr. sekund. Spændingen måles over spolen, eftersom den har samme amplitude som det mekaniske system ved $t = 0$. Spændingskurverne fra simuleringværktøjer kan ses på figur 8.1 og figur 8.2:



Figur 8.1 Opstillingen i Multisim, samt grafen fra oscilloskopet.



Figur 8.2 Opstillingen i PSpice, samt grafen for spændingen over spolen.

Data eksporteres til programmet Graph. Der eksporteres kun 5 målinger pr. sekund, da for mange målepunkter ville gøre diagrammet uoverskuelig. Eftersom Multisim- og PSpiceresultaterne er sammenfaldende, har gruppen valgt at udvælge punkterne således at de ligger forskudt på diagrammet. Den matematiske model er ligeledes indtegnet i diagrammet på næste side:

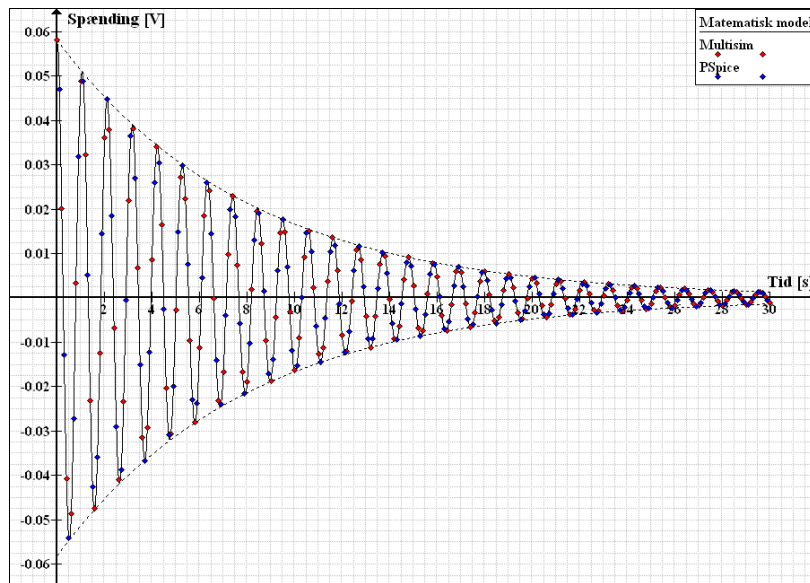


Diagram 8.1: De røde punkter er data fra Multisim, de blå punkter er data fra PSpice. Derudover ses den matematiske model.

De to punktserier i diagram 8.1 viser sig at være nærmest identiske med den matematiske model. Nøjagtigheden af simuleringen afhænger af, hvor mange beregninger der foretages pr. sekund. Foretages der for få beregninger, har gruppen erfaret, at der ses en afvigelse fra den matematiske model. Færre beregninger medfører en større afvigelse.

Data fra de to simuleringværktøjer er i overensstemmelse med den matematiske model, som det ses på diagram 8.1.

Da simulering i både Multisim og PSpice stemmer overens med teorien, kan det derfor konkluderes at de to simuleringværktøjer kan benyttes til at simulere svingningen.

9 Forsøg med det elektriske svingningssystem

I dette kapitel vil forsøget med det elektriske svingningssystem blive gennemgået. I starten af kapitlet vil der være en redegørelse for valg af komponenter, målemetode, samt bestemmelse af komponenternes størrelse i det elektriske forsøg. Senere i dette kapitel vil de praktiske resultater blive sammenlignet med den matematiske model, og eventuelle fejlkilder vil blive beskrevet.

9.1 Valg af komponenter

Gruppen har valgt at opbygge det elektriske system på en printplade (figur 9.1) for at gøre opstillingen mere overskuelig. Som det ses på figur 9.1 er det let at tilkoble en spændingskilde og måleudstyr på printpladens terminaler; komponenter kan ligeledes nemt udskiftes, fordi de er monteret i tulipanben.

Der er valgt følgende komponenter til at opbygge RLC-kredsløbet, en kondensator C , en spole L og en modtand R . Komponentværdierne vil blive bestemt senere i dette afsnit.

9.1.1 Valg af spændingsforsyning:

Der bliver brugt en funktionsgenerator, fordi den i princippet tænder og slukker for spændingstilførslen til printpladen, derved er det muligt at få et ensartet billede til at fremkomme på oscilloskopet.

Nærmere uddybning af funktionsgeneratorens virkemåde på kredsløbet findes i afsnit 8.3.



Figur 9.1: Print med komponenter og terminaler

9.2 Diskussion af målemetode

Ved at måle spændingen i forhold til tiden, kan den dæmpede svingning illustreres. Der er umiddelbart kun et elektrisk instrument, der kan bruges til at måle dette, nemlig et oscilloskop. Gruppen valgt at se på to oscilloskoper, et analogt oscilloskop og et digitalt oscilloskop. I de efterfølgende afsnit følger en beskrivelse af de to oscilloskoper, og det mest fordelagtige oscilloskop vil blive valgt.

9.2.1 Analogoscilloskop:

Fordelen ved det analoge oscilloskop er, at det er nemt og hurtigt at sætte til og anvende. Ulemper ved det analoge oscilloskop er, at det har en lille skærm, hvor outputtet vises på. Desuden er det meget svært at opsamle måledata præcist, da disse skal aflæses manuelt. Dette er en betydningsfuld ulempe, da gruppen gerne vil have mange måledata fra det elektriske forsøg og sammenligne disse måledata med en matematisk model.

9.2.2 Digitaloscilloskop:

Fordelen ved det digitale oscilloskop er, at der kan opsamles mange måledata hurtigt og nemt. En ulempe ved det digitale oscilloskop er, at der skal bruges noget tid på at installere software på den computer, hvor oscilloskopet skal tilsluttes. Konverteringsmæssigt opstår der nogle afvigelser på måleresultatet, fordi det analoge signal skal konverteres til digital. Under denne konvertering sker der en kvantisering til 8 bit, dog har denne kvantisering en minimal betydning for måledata.

9.2.3 Valg af målemetode:

På baggrund af overstående diskussion, har gruppen valgt at bruge det digitale oscilloskop. Selvom der sker en kvantisering af måledata, vil denne metode alligevel være langt mere præcis end manuel aflæsning, da gruppen lægger meget vægt på, at måledata let kan plottes i en graf med eksempelvis den matematiske model.

Når der måles med et oscilloskop, skal det have fælles stel med funktionsgeneratoren. Derfor skal der i kredsløbet måles over modstanden, da det er den sidste komponent i kredsløbet. Skulle der måles over eksempelvis spolen, skulle denne have været placeret sidst i kredsløbet, men dette ville give problemer med frekvensen, eftersom oscilloskopet har en indre modstand og kondensator, dermed ville man få to svingningssystemer.

9.3 Bestemmelse af komponentstørrelser til det elektriske forsøg

De komponentstørrelser, der er til rådighed i komponentrummet, afgør komponentstørrelserne til det elektriske forsøg. Den største spole, der er til rådighed er på $2,7mH$. Funktionsgeneratorens indgangsimpedans er angivet til 50Ω , derfor ønskes en værdi for R , der er større end denne. Eftersom spændingskurver i simuleringsdelen og det elektriske forsøg skal være identiske, skal forholdet mellem de tre impedanser i RLC-kredsløbet, Z_R , Z_L og Z_C , være uforandret.

Impedansen for spolen²⁷ beskrives som:

$$Z_L = j \cdot \omega \cdot L \quad (9.1)$$

Impedansen for kondensatoren²⁸ er:

$$Z_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \quad (9.2)$$

Impedansen for modstanden²⁹ er:

$$Z_R = R \quad (9.3)$$

²⁷ Kilde 1 - Side 241

²⁸ Kilde 1 - Side 241

²⁹ Kilde 1 - Side 241

Når spolens størrelse reduceres fra $1,1303H$ til $2,7mH$, reduceres spolens Z_L . For at beholde samme proportionalitetsfaktor mellem Z_L og Z_C , skal C forøges, eftersom Z_C er en reciprok.

Kondensatorens størrelse kan dermed bestemmes som:

$$25mF \cdot \frac{1,1303H}{2,7mH} = 10,45F$$

Betragtes (9.1) og (9.3) ses det, at modstanden skal reduceres med samme proportionalitetsfaktor som spolen:

$$0,283\Omega \cdot \frac{2,7mH}{1,1303H} = 0,676m\Omega$$

Hermed er det første ønske opfyldt. Spolens størrelse er $2,7mH$, og spændingskurven er uforandret.

Modstandsværdien forøges 10^6 gange, således at den kommer op på en fornuftig værdi, 676Ω .

Ud fra formelen (4.12) indføres dæmpningshastigheden:

$$\vartheta = e^{\frac{-R}{2L}t} \quad (9.4)$$

Når modstandsværdien forøges 10^6 gange i (9.4), må t formindskes 10^6 gange, for at ϑ forbliver uforandret. Det medfører, at spændingskurven i det elektriske forsøg skal måles i $10^{-6}s$, altså i mikrosekunder.

Vinkelhastigheden ν i (4.14), skal formindskes 10^6 gange, når tidsskalaen er ændret. For at opnå dette, skal kondensatorens størrelse formindskes 10^{12} gange, da det gælder, at

$$\nu_1 = 10^{-6}\nu_2 \quad \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}} = 10^{-6} \sqrt{\frac{1}{L \cdot 10^{-12}C} - \frac{(10^6 R)^2}{4L^2}} \quad (9.5)$$

Ved det elektriske forsøg, trækkes 50Ω fra den beregnede R , da det er funktionsgeneratorens oplyste indgangsimpedans. Der afrundes til de nærmeste E-række værdier, eftersom de elektriske komponenter ikke kan findes i de ønskede størrelser. Derfor er følgende elektriske komponenter benyttet til det elektriske forsøg: $R = 620\Omega \pm 1\%$, $L = 2,7mH \pm 5\%$ og $C = 10pF \pm 1\%$.

9.4 Fremgangsmåde for forsøg med det elektriske svingningssystem

1. Opstillingen opbygges på en printplade, opstillingen ses på figur 9.2 og 9.3 på næste side, og printpladen ses på figur 9.1 med monterede terminaler til tilkobling af funktionsgenerator³⁰ og digitaloscilloskop³¹.
2. Digitaloscilloskopet sættes til computerens parallelport.
3. Funktionsgeneratoren tilkobles til printpladens terminaler.
4. Funktionsgeneratoren indstilles til ca. 1 kHz.
5. Digitaloscilloskopet indstilles, så der fremkommer et klart billede på computerskærmen.
6. Data fra programmet Picoscope³² eksporteres til Excel³³, og derfra eksporteres disse til Graph³⁴, der plottes målepunkterne.

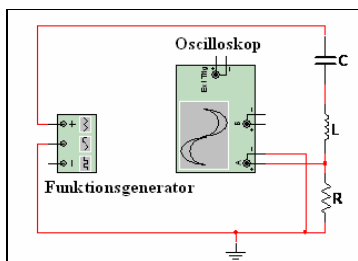
³⁰ Funktionsgenerator (TTi TG320)

³¹ Pico Technology Limited ADE-200

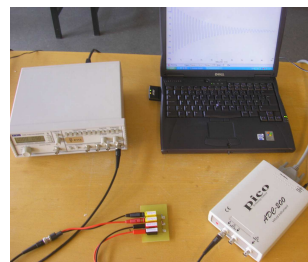
³² Picoscope Release 5.18.0- 32bit

³³ Microsoft Excel 2003

³⁴ Graph Version 4.3



Figur 9.2: Diagram af det elektriske kredsløb.



Figur 9.3: Praktisk opstilling af det elektriske forsøg.

9.5 Resultater fra det elektriske forsøg

Herunder er vist et diagram over de praktiske målinger sammen med den matematiske model:

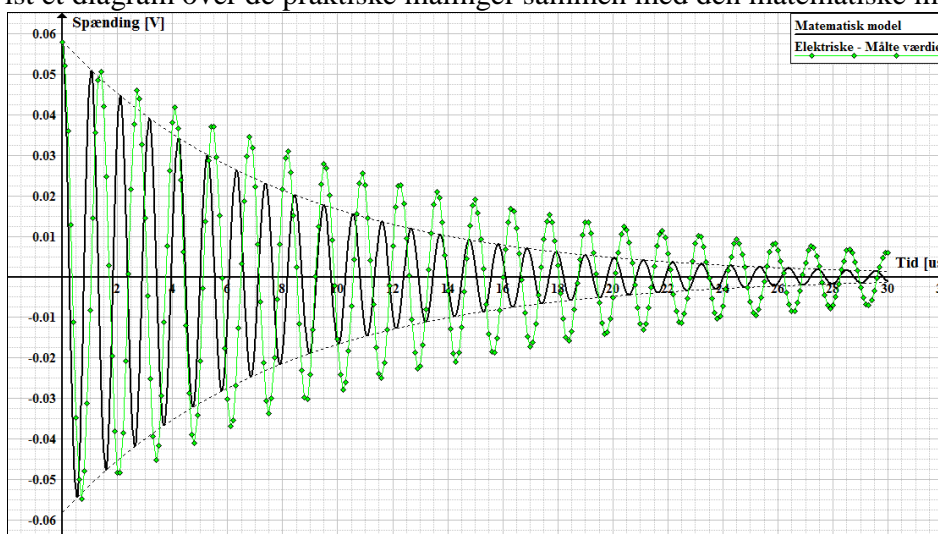


Diagram 9.1: Figuren viser resultater fra det praktiske forsøg og grafen for den matematiske model.

9.6 Diskussion af fejlkilder for det elektriske svingningssystem

På diagram 9.1 kan det ses at de praktiske data og den matematiske model ikke har samme frekvens og dæmpning, dette skyldes følgende faktorer:

Måleusikkerheder:	Komponenttolerancer:
<ul style="list-style-type: none"> - Funktionsgeneratoren har en indgangsimpedans på 50Ω, denne medtages i kredsløbets samlede modstand, da det er et serielt kredsløb. Der kan stilles spørgsmålstegn ved, hvor præcist denne værdi er angivet. - Picoscopet har en indgangsimpedans på $1M\Omega$, samtidig er der en kapacitans på $25 pF$. Modstanden og kondensatoren bliver sat parallelt over komponenten, der måles over, derfor bidrager denne modstand ikke ret meget. 	<ul style="list-style-type: none"> - Kondensatoren har en tolerance på $\pm 1\%$ - Spolen har en tolerance på $\pm 5\%$ - Modstanden har en tolerance på $\pm 1\%$

Table 9.1: Oversigt over måleusikkerheder og komponenttolerancer for det elektriske svingningssystem.

Simuleringen er baseret på de ideelle komponenter og apparaturer, hvilket ikke er gældende for det praktiske forsøg. Gruppen vil nu forsøge at bygge et simpelt ækvivalentdiagram for det elektriske forsøg i Multisim, og dette kan ses på figur 9.4. Der er eksperimenteret med komponentstørrelserne for at få den teoretiske model til at passe med de praktiske målinger. Spolen betragtes som den mindst ideelle komponent, og er derfor simuleret som indeholdende både en modstand og kondensator.

På diagram 9.2 kan der ses resultater fra simuleringen af ækvivalentkredsløbet, og punktserier fra det elektriske forsøg. Resultater fra ækvivalentkredsløbet kommer tæt på det elektriske forsøg.

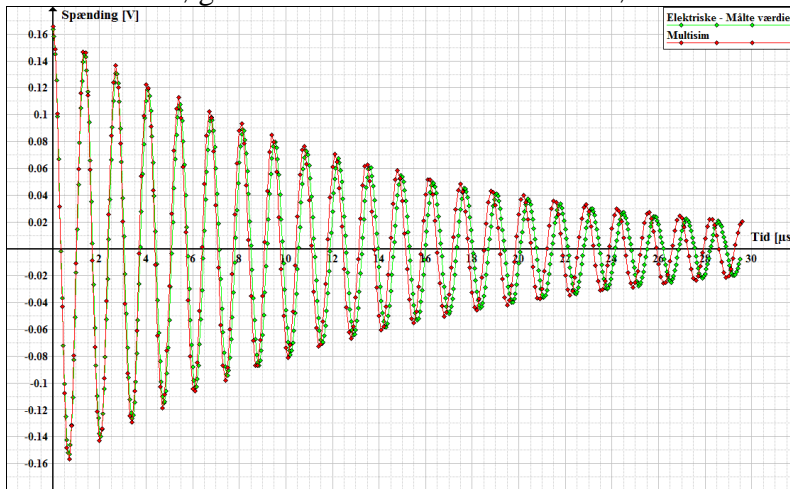
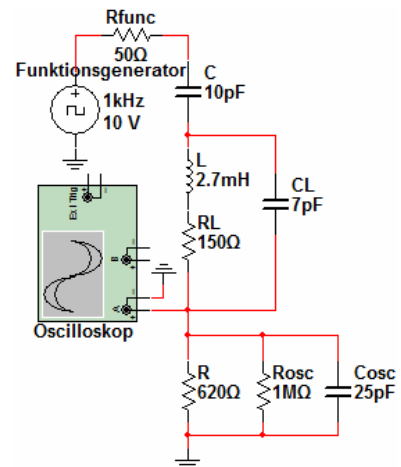


Diagram 9.2: Simuleret ækvivalentkredsløb sammenlignet med resultater fra det elektriske forsøg.



Figur 9.4: Bud på et ækvivalentdiagram for det elektriske forsøg

10 Sammenligning af resultater fra mekaniske forsøg og simulering

I følgende kapitel sammenlignes resultaterne fra det mekaniske forsøg med data fra simuleringen for at illustrere analogien mellem de to svingningssystemer. Resultaterne fra det elektriske forsøg er ikke medtaget i denne sammenligning, da disse resultater på baggrund af de ikke ideelle komponenter, som beskrevet i afsnit 9.5 og 9.6, afviger for meget fra den matematiske model.

På diagrammet herunder er data fra simuleringen i PSpice og resultaterne fra det mekaniske forsøg indsat. Data fra simuleringen i Multisim er ikke medtaget, da disse punkter stemmer fuldstændig overens med dataene fra PSpice, og flere punkter blot ville gøre det sværere at se analogien mellem det mekaniske og elektriske svingningssystem.

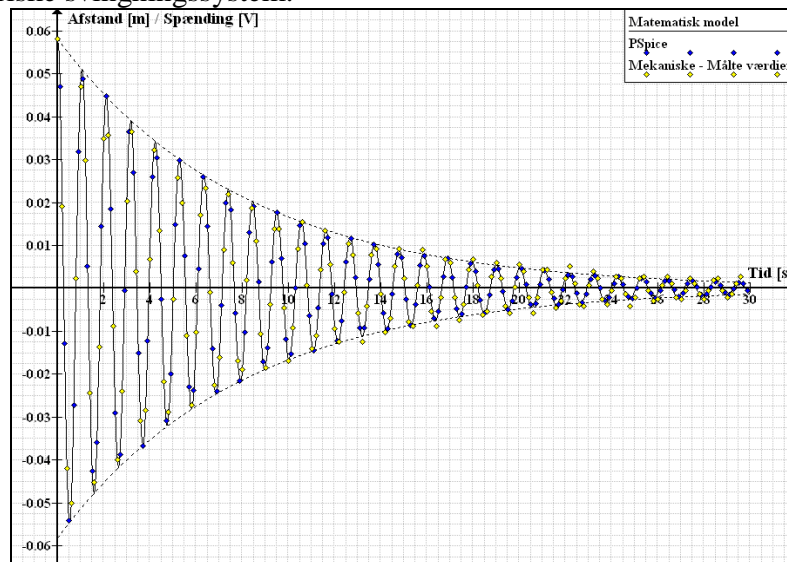


Diagram 10.1: Måledata fra PSpice og det mekaniske forsøg sammen med den matematiske model.

Diagrammet viser analogien mellem de mekaniske og elektriske svingningssystemer tydeligt, da der er meget minimal afvigelse mellem de mekaniske resultater og simuleringens data, som er sammenfaldende med den matematiske model. Hermed kan det ses, at de to simuleringssystemer er særdeles velegnede til at simulere det mekaniske svingningssystem.

11 Konklusion

Denne rapport beskæftiger sig med underdæmpede svingninger. En mekanikafdeling i en virksomhed som fremstiller støddæmpere, har brug for et simuleringsværktøj, som kan simulere underdæmpede svingninger.

Formålet med denne rapport er at eftervise analogien mellem mekaniske og elektriske svingninger, således at elektriske simuleringsværktøjer kan anvendes til at simulere den mekaniske svingning.

Det er blevet eftervist, at det mekaniske svingningssystem bestående af en fjeder, masse og dæmpningsmekanisme kan beskrives med en lineær homogen 2. ordens differentialligning, hvis det antages, at dæmpningen er proportionel med hastigheden, systemet bevæger sig med. For et underdæmpet svingningssystem beskriver denne differentialligning en harmonisk svingning, som aftager eksponentielt.

Ligeledes er det eftervist, at et elektrisk svingningssystem bestående af en kondensator, spole og modstand koblet serielt kan beskrives med en tilsvarende 2. ordens homogen differentialligning. Det viser sig derfor, at der er en direkte teoretisk analogi mellem de to svingningssystemer, og ved at betragte de to differentialligninger matematisk, kan sammenhængen ses, som vist i tabel 5.2.

For herefter at eftervise den praktiske analogi mellem de to svingningssystemer, konstrueres et mekanisk svingningssystem, og der blev foretaget målinger af svingningen ved hjælp af et videokamera. Disse målinger viser sig at stemme overens med den matematiske model for svingningen. De få afvigelser, der er observeret, kan dels tilskrives måleusikkerheder og dels, at dæmpningen ikke er helt lineær, som antaget.

Det elektriske svingningssystem er blevet simuleret ved hjælp af to simuleringsprogrammer, henholdsvis Multisim og PSpice. Denne simulering stemmer fuldstændig overens med den matematiske model. Det skal understreges, at der vil optræde afvigelser, hvis programmerne ikke foretager nok beregninger af svingningen.

Ud over blot at simulere den elektriske svingning har gruppen også opbygget en elektrisk forsøgsopstilling. For at opstillingen kan opbygges, bliver komponenterne skaleret ned, da der ellers skulle have været benyttet urealistisk store komponenter. Det elektriske forsøg viser sig at afvige meget fra den matematiske model, hvilket skyldes de ikke ideelle komponenter. Ved at opstille ækvivalentkredsløb i Multisim kan en tilnærmet teoretisk model for den praktiske elektriske svingning opstilles.

På trods af at de elektriske målinger ikke stemmer overens med den matematiske model, kan det alligevel konkluderes, at målet med rapporten er opfyldt. Det er blevet eftervist, at de to simuleringsprogrammer Multisim og PSpice kan benyttes til at simulere det mekaniske svingningssystem. Ved at benytte disse programmer vil det være både nemmere og mere økonomisk gavnligt for virksomheden, der producerer støddæmpere, idet de hermed kan undgå at udføre målinger på en række prototyper af deres produkter, men derimod er i stand til at simulere dem ved hjælp af et ækvivalent elektrisk kredsløb.

12 Perspektivering

I dette kapitel vil der blive beskrevet, hvordan analogien kan anvendes i praksis. Der vil desuden være forslag til forbedringer, og områder der kan undersøges nærmere.

Som der lægges op til i projektoplægget, skal gruppen beskrive analogien for en virksomhed, der gerne ville have en nemmere, hurtigere og mere økonomisk metode til at bestemme de fysiske elementers størrelser til deres støddæmpere i stedet for at skulle bruge tid og penge på at opbygge mekaniske prototyper.

Eftervisningen af denne analogi kan nu betyde, at virksomheden kan opbygge og teste mange forskellige prototyper, før de finder den bedste løsning.

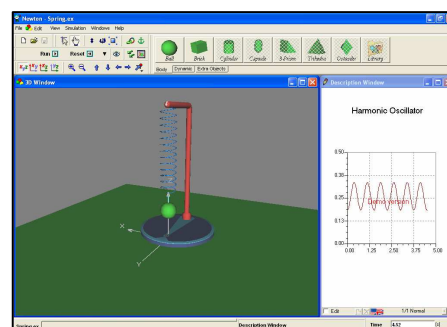
Skulle gruppen have fordybet sig mere i analogien, havde emnet energibetragtning i de to systemer været relevant, da dette ville give en mere dybdegående beskrivelse af de to systemer og dermed analogien. Det ville i denne forbindelse have været relevant at se nærmere på den potentielle energi og den kinetiske energi i systemerne. I det mekaniske system ville den potentielle energi i fjederen f.eks. have svaret til den potentielle energi i kondensatoren.³⁵

På grund af de markante afvigelser i det elektriske forsøg har gruppen i afsnittet 9.6 opstillet et simpelt ækvivalentdiagram i Multisim, hvor der primært fokuseres på spolen. Hvis afvigelserne mellem praktisk og teoretisk skulle beskrives mere uddybende, skulle ækvivalentdiagrammer for kondensator og modstand ligeledes opstilles. Hvis ækvivalentdiagrammet udvides, vil de praktiske målinger og den teoretiske model være mere sammenfaldende. Det skal dog nævnes, at gruppen på nuværende tidspunkt ikke besidder den teoretiske viden for at opbygge et komplekst ækvivalentdiagram.

En anden metode at analysere det mekaniske svingningssystem på er at bruge programmet Newton3³⁶. I dette program kan det mekaniske svingningssystem simuleres. Dermed vil det ikke være nødvendigt at benytte sig af analogien for at simulere systemet.

Gruppen har fundet en demoversion af dette simuleringsværktøj på internettet. I demoversionen har gruppen simuleret en simpel harmonisk svingning, da det ikke er muligt at tilføje dæmningsmekanismen. Derfor har gruppen ikke kunne simulere

hele det mekaniske system, hvilket er muligt i den fulde version. Demoversionen er vedlagt på cd'en.



Figur 12.1: Her ses programmet Newton3

Under projektforløbet er der kun blevet undersøgt én analogi, nemlig mellem mekanisk og elektrisk svingningssystem. Tilsvarende kan der også bevises, at der er analogier mellem f.eks. mekaniske og termiske samt akustiske svingningssystemer³⁷.

Disse analogier kan bruges til at opstille ækvivalente systemer, hvilket kan have en økonomisk og tidsmæssig fordel.

³⁵ Kilde 4 - Introduktion side iii

³⁶ Newton v3.0: 3D Multimedia Lab for Exploring Physics (kan hentes på: www.designsoftware.com)

³⁷ Kilde 4 - Introduktion side iii

Litteraturliste

Herunder ses de anvendte kilder og internetsider i rapporten:

12.1 Anvendte kilder

1. Electrical Engineering, Second edition- Maj 1999
(Steven E. Schwarz & William G. Oldham)
ISBN 0-19-510585-0
Forlag: Oxford
2. Fundamentals of Physics, Extended, 8. Edition - August 2007
(David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker)
ISBN 978-0-471-75801-3
Forlag: Wiley
3. Engineering Mathematics, third edition – December 2000
(Anthony Croft, Robert Davison & Martin Hargreaves)
ISBN 0-13-026858-5
Forlag: Pearson
4. Analogier mellem Mekaniske, Akustiske og Elektriske Systemer - 4.udgave 1994
(K. Rasmussen)
ISBN 87-502-0762-8
Forlag: Polyteknisk
5. Methuen's Physical monographs - Mechanical and electrical vibrations - 1964
(J. R. Barker, Ph. D & F. Inst.P)
Forlag: Methuen & Co Ltd
6. Standard: DIN Taschenbuch " FEDERN"
ISBN 3-410-12451-9
Forlag: Deutsches Institut für Normung

12.2 Anvendte internetsider

1. www.wikipedia.org
2. www.designsoftware.com

13 Anvendte programmer, materialer, komponenter og apparaturer

Herunder ses lister over de programmer, materialer, komponenter og apparatur som er blevet anvendt i projektet ved henholdsvis det mekaniske og det elektriske system:

Programliste
<ul style="list-style-type: none"> - Wolfram Mathematica v. 6.0 - Graph v. 4.3 - Microsoft Excel 2003 - PSpice OrCAD v. 10.5 (Demo) - NI: Multisim v. 10.0 Demoen kan benyttes, men har en tidsbegrænsning på 30 dage. - PicoScope v. 5.18.0 – 32 bit, ADC200 Driver V4.83 - VirtualDubMod v. 1.5.10.2 (Basen on VirtualDub 1.5.10 by Avery Lee). Dette er gratis. - YasaVideoConverter (Demo). Den kan håndtere film på op til 5 minutters længde. - Videopoint Fundamentals, v. 1.0.0 Demoen kan benyttes og har en tidsbegrænsning på 30 dage - Newton v3.0: 3D Multimedia Lab for Exploring Physics - Eagle 4.16r2, Cadsoft

Det mekaniske system	Det elektriske system
Materialeliste	Komponentliste
<ul style="list-style-type: none"> - Fjeder fra Sodemann fjederindustries fra katalog DK A med lagernummer 30870 - To kobberstænger - Cylinderformet lod af rustfrit stål - Rapsolie (mærke: Coop) - Plexiglas beholder i cylinderform (lånt fra kemilaboratoriet) - Standardstativ (lånt fra fysiklaboratoriet) 	<ul style="list-style-type: none"> - Spole 2,7mH, tolerance $\pm 5\%$ - Kondensator 10pF, tolerance $\pm 1\%$ - Modstand 620Ω, tolerance $\pm 1\%$ - Printplade
Apparaturliste	Apparaturliste
<ul style="list-style-type: none"> - Sony DCR-SR32 (videokamera) - Olympus IR-500 (digitalkamera) 	<ul style="list-style-type: none"> - Digitalt oscilloskop (PicoScope – ADC200) - Funktionsgenerator (TTi TG320)

14 Symbolliste

Herunder ses liste over anvendte symboler for henholdsvis det mekaniske - og det elektriske system.

Det mekaniske system			Det elektriske system		
Navn:	Symbol:	Enhed:	Navn:	Symbol:	Enhed
Kraft	F	$[N]$	Spændingsfald	V	$[V]$
Udsving	y	$[m]$	Ladning	q	$[C]$
Hastighed	v	$[\frac{m}{s}]$	Strøm	I	$[A]$
Start-amplitude	y_s	$[m]$	Start-amplitude	V_s	$[V]$
Masse	m	$[kg]$	Induktans	L	$[H]$
Dæmpningskoefficient	D	$[\frac{kg}{s}]$	Resistans	R	$[\Omega]$
Fjederkonstant	k	$[\frac{N}{m}]$	Reciprok kapacitans	C^{-1}	$[F]$
Dæmpningsfaktor	δ	$[s^{-1}]$	Dæmpningsfaktor	χ	$[\frac{\Omega}{H}]$
Vinkelfrekvens	ω	$[\frac{rad}{s}]$	Vinkelfrekvens	ν	$[\frac{rad}{s}]$
Frekvens	f	$[Hz]$	Frekvens	f	$[Hz]$
Tid	t	$[s]$	Tid	t	$[s]$

Bilag 1 – Projektoplæg

Svingningssystemer – elektrisk/mekanisk analogi.

Mekanikafdelingen i et firma, som fremstiller reservedele til biler, har behov for et simuleringsværktøj til undersøgelse af mekaniske svingninger i forbindelse med produktion af støddæmpere. Praktiske test og målinger på større mekaniske systemer er ofte dyre og komplekse, og da det er kommet ledelsen for øre, at beregninger og simulering udført på elektriske kredsløb kan overføres til det mekaniske ækvivalent, har det stor interesse at undersøge denne elektriske/mekaniske analogi. Simulering af og måling på elektriske kredsløb er mere umiddelbar og langt fra så økonomisk krævende.

En støddæmper kan - monteret i en bil - betragtes som en del af et mekanisk svingningssystem. Et diagram for et mekanisk svingningssystem med dæmpning kan skitseres som på figur 1.



Figur 1: Mekanisk svingningssystem

Støddæmperen indgår i et underdæmpet svingningssystem, hvilket indebærer, at undersøgelse af det elektriske og mekaniske kredsløbs dynamik skal fokusere på, hvordan underdæmpede systemer opfører sig ved trinpåvirkninger (step-respons).

Rapporten skal minimum indeholde:

Dybdegående beskrivelse af analogien mellem det mekaniske og elektriske svingningssystem samt en grundig teoretisk gennemgang af de to systemers dynamik.

Etablering af måleopstilling for det mekaniske – og evt. det elektriske – system.
Sammenligning af eksperimentelle data og teoretiske resultater

Beskrivelse af hvilken indflydelse de enkelte komponenters parametre har på det mekaniske henh. det elektriske systems dynamik.

Dokumentation for at simuleringsværktøj til elektriske kredsløb (f. eks. PSpice) kan benyttes til simulering af mekaniske svingningssystemer.

Bilag 2 – Tidsplan

Herunder ses gruppens tidsplan for projektet. I første kolonne ses de aktiviteter, som gruppen har valgt at beskæftige sig med.

Aktiviteten angives med en farve og en forkortelse som beskriver, hvilken prioritet den har og hvem der er ansvarlig for aktiviteten.

Måned	September			Oktober							November			December	
	37	38	39	40	41	42 (ferie)	43	44	45	46	47	48	49	50	
Uger															
Aktiviteter															
Projektet udleveres	GP														
Gennemlæsning af oplæg	GP														
Informationssøgning		GP	GP												
Brainstorm		GP	GP												
Info. søgning på bibliotek		GP													
Struktur (tragtmodel)	GP	GP	GP												
Struktur og kommunikation	GP	GP	GP	GP	GP										
Tidsplan				GP	GP										
Emnelæsning				GP	GP										
Multisim / PSpice (indled.)		AB	AB	AB											
Projektbeskrivelse		GP	GP	GP	GP										
Problemanalyse			GP	GP	GP										
Problemformulering			GP	GP	GP										
Problemafgrensning				GP	GP										
Teori: mekanisk system				FF,JW,ST	FF,JW,ST	FF,JW,ST	FF,JW,ST								
Teori: elektrisk system				AB,AL,AP	AB,AL,AP	AB,AL,AP	AB,AL,AP								
Sammenlign. af systemerne							GP	GP							
Simulering							FF,AB,JW	FF,AB,JW							
Forberede mekanisk forsøg							GP	GP							
Forsøg: mekanisk system									FF,JW,ST	FF,JW,ST	FF,JW,ST				
Forberede elektrisk forsøg							GP	GP							
Forsøg: elektrisk system								AB,AL,AP	AB,AL,AP	AB,AL,AP					
Printfremstilling										AB,AL,AP					
Vurdering af teori og forsøg											GP	GP	GP	GP	
Rapportskrivning	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	
Korrekturlæsning															
Projektaflevering															
Prioritet:															
Forkortelser:															

■ Sekundær

■ Primær

GP = Gruppen FF= Frantz AL = Agge JW = Jakob ST = Sebastian AB = Alexey AP = Arun