

Semesterprojekt 2008

- Måling og repræsentation af materialekonstanter i jernproduktion

Udarbejdet af:

*12 01 88 - Agge Skov Larsen
29 11 86 - Alexey Bessonov
05 01 87 - Frantz Furrer
12 10 87 - Jakob Witte Larsen
29 04 86 - Michael H. Bejer-Andersen*

Synopsis:

I denne rapport bestemmes de elastiske og magnetiske materialeegenskaber for blødt jern. Rapporten er et resultat af et projektarbejde, hvor elasticitetskoefficienten og den relative permeabilitet er blevet undersøgt, både teoretisk og praktisk.

I teorien vil der blive opstillet løsningsmetoder til bestemmelser af de to materialeegenskaber.

Ud fra løsningsmetoderne, vil der blive konstrueret måleceller til udførelse af målingerne.

Elasticitetskoefficienten bestemmes ved en statisk og en dynamisk måling, og den relative permeabilitet ved en vekselstrøms- og en jævnstrømsmåling.

På baggrund af teorien og målingerne, vil de mest nøjagtige målemetoder, blive anvendt til bestemmelse af de to materialeegenskaber.

Indholdsfortegnelse

1	Indledning	3
2	Projektbeskrivelse	4
2.1	Problemanalyse	4
2.2	Problemformulering	5
2.3	Projektafgrænsning	6
3	Præsentation af metallers elastiske og magnetiske egenskaber	7
3.1	Elasticitetskoefficienten og dens tekniske anvendelse.....	7
3.2	Relativ permeabilitet	8
statisk Måling af elasticitetskoefficient.....		9
4	Teori for statisk måling af elasticitetskoefficient.....	9
4.1	Bestemmelse af sammenhæng mellem moment og nedbøjning	9
4.2	Bestemmelse af sammenhæng mellem elasticitetskoefficient og strain	11
4.3	Bestemmelse af en bjælkes nedbøjning som en funktion af påtrykt kraft	11
4.4	Bestemmelse af magnetisk kraftpåvirkning på bjælke fra spole.....	14
4.5	Bestemmelse af sammenhæng mellem modstandsændring og strain	16
5	Statisk måling af elasticitetskoefficienten.....	18
5.1	Overvejelser i forbindelse med måling af elasticitetskoefficient.....	18
5.2	Konstruktion af målecelle til måling af elasticitetskoefficient	20
5.3	Dimensionering af analogt kredsløb	23
5.4	Kontrol af strain-gauge-måling	27
5.5	Fremgangsmåde for statisk måling	29
5.6	Måledata fra statisk måling	29
5.7	Databehandling for statisk måling	30
5.8	Konklusion på statisk måling.....	31
6	Digital udlæsning til statisk måling	32
6.1	Begrundelse for valg af data der udlæses.....	32
6.2	Valg af microcontroller og display	32
6.3	Opbygning af digitalt kredsløb	32
6.4	Programmering af microcontroller.....	33
6.5	Afprøvning af digital udlæsning	34
6.6	Konklusion på den digitale udlæsning	34
Dynamisk Måling af elasticitetskoefficient		35
7	Teori for dynamisk måling af elasticitetskoefficient	35
7.1	Bestemmelse af egenfrekvenser for stående bølger på en bjælke.....	35
8	Dynamisk måling af elasticitetskoefficient.....	39
8.1	Diskussion af målemetoder	39
8.2	Måledata fra dynamisk måling.....	42
8.3	Databehandling for dynamisk måling	43
8.4	Konklusion på dynamisk måling.....	44
8.5	Sammenligning mellem den statiske og den dynamiske måling	44
Måling af relativ permeabilitet.....		45
9	Teori for bestemmelse af relativ permeabilitet	45
9.1	Teori for hysteresekurver	45
9.2	Overvejelser i forbindelse med udformning af målecelle	46
10	Teori for måling af vekselstrømshysteresekurve	46
11	Måling af vekselstrømshysteresekurve	48
11.1	Konstruktion af målecelle	48
11.2	Valg af udstyr til måling af vekselstrømshysteresekurve	48
11.3	Overvejelser i forbindelse med spolevindingstal	48
11.4	Valg af komponentstørrelser	49
11.5	Fremgangsmåde for måling af vekselstrømshysteresekurve	49
11.6	Resultater fra måling af vekselstrømshysteresekurve.....	50

11.7	Konklusion for måling af vekselstrømshystereseurve	51
12	Teori for måling af jævnstrømshystereseurve.....	51
13	Måling af jævnstrømshystereseurve.....	52
13.1	Valg af udstyr til måling af jævnstrømshystereseurve.....	52
13.2	Fremgangsmåde for måling af jævnstrømshystereseurve.....	52
13.3	Resultater fra måling af jævnstrømshystereseurve.....	53
13.4	Konklusion for måling af jævnstrømshystereseurve.....	53
14	Sammenligning af vekselstrøms- og jævnstrømshystereseurve.....	54
15	Yderligere databehandling på jævnstrømsmåling.....	54
15.1	Sammenligning af resultater og tabelværdier	55
16	Konklusion	56
17	Perspektivering.....	57
18	Litteraturliste.....	58
18.1	Anvendte kilder.....	58
18.2	Anvendte internetsider	59
18.3	Anvendte datablade.....	59
19	Anvendte programmer og apparaturer	60
Bilag 1	– Projektoplæg.....	61
Bilag 2	- Tidsplan.....	62
Bilag 3	– Tabel over magnetiske konstanter for udvalgte metaller	63
Bilag 4	– Konstruktion af måleceller	64
Bilag 5	– Samlet diagram over analogt og digitalt kredsløb.....	65

Læsevejledning

- Rapporten er inddelt i kapitler, afsnit og underafsnit, ned til tre niveauer. Til hvert kapitel vil der være en indledning og en delkonklusion.
- Symbolerne er forklaret første gang de optræder.
- Fodnotehenvvisninger er et tal med hævet skrift, eksempelvis ”¹”, og bliver brugt som kildehenvvisning eller en uddybende kommentar.
- Kildehenvvisningen skrives som ’Kilde #1 - Side #2’, hvor #1 er nummeret på kilden i litteraturlisten og #2 er siden i kilden. Eksempelvis: ’Kilde 10 - Side 882’ betyder ’Physics, for scientists and engineers, with modern physics, 3. Edition’ side 882.
- De specifikke programmer og apparaturer der er anvendt er angivet en fodnote første gang de anvendes, og en liste over disse kan findes bagerst i rapporten.
- Figurer, tabeller og diagrammer er nummereret efter kapitler, eksempelvis ”**Figur 1.1**”. Dette er den første figur i første kapitel.
- Formler er nummereret som (k.f), hvor ”k” er kapitlet og ”f” er dens formelnummer i kapitlet. Formelnummereringen skrives til højre for formelen på samme linje.
- Diagrammerne er lavet i Mathematica¹ og Graph².

¹ Wolfram Mathematica v. 6.0

² Graph, version 4.3 (Underversion 384) by Ivan Johansen

1 Indledning

Jern er opdelt i flere kategorier, så som hårdt jern, blødt jern og stål, alt afhængig af parametre som stivhed og magnetisk hårdhed. Denne opdeling af jern er alt for grov, derfor er det nødvendigt at vide mere om jerns specifikke materialeegenskaber. Denne specifikke viden er nødvendig for produktionsvirksomheder, såsom valseværker, der ved fremstilling af forskellige typer stangjern, har behov for at karakterisere deres produkter ud fra givne materialeegenskaber.

I rapporten vil to materialeegenskaber for blødt jern blive bestemt, henholdsvis elasticitetskoefficienten og den relativ permeabilitet.

Rapporten er udarbejdet af fem studerende på SDU, Det Tekniske Fakultet på datateknologi, 2. semester. Projektet indeholder fagligheder fra de fag, der er blevet undervist i på dette semester: matematik, elektrofysik, elektronik og datateknik. Det understreges at rapporten er udarbejdet ud fra gruppens kompetencer på 2. semester, derfor vil målgruppen for rapporten være tekniske studerende og ingeniører med tilsvarende faglige niveau.

Under projektet har gruppen valgt at dele sig i to undergrupper. Undergrupperne har henholdsvis beskæftiget sig med bestemmelse af elasticitetskoefficient og bestemmelse af den relative permeabilitet. Denne opdeling er foretaget, fordi gruppen ønskede at fordybe sig mere i projektet.

Dokumentation for gruppens arbejdsproces kan ses i tidsplanen³ og på den medfølgende CD.

Den medfølgende CD indeholder desuden:

Mødeindkaldelser, referater fra vejledermøder, arbejdspapirer, anvendte databalde, diagram for det analoge og digitale kredsløb, diagram for konstruktion af måleceller, anvendte freeware programmer, samt billeder fra projektføreløbet.

God fornøjelse!

Agge Skov Larsen

Alexey Bessonov

Frantz Furrer

Jakob Witte Larsen

Michael Hejselbak Bejer-Andersen

³ Tidsplan - Bilag 2

2 Projektbeskrivelse

I dette kapitel vil projektoplægget blive bearbejdet. Der udarbejdes en problemanalyse, problemformulering, projektafgrænsning samt en tidsplan. Disse fire elementer vil danne grundlaget for det videre projektførløb.

2.1 Problemanalyse

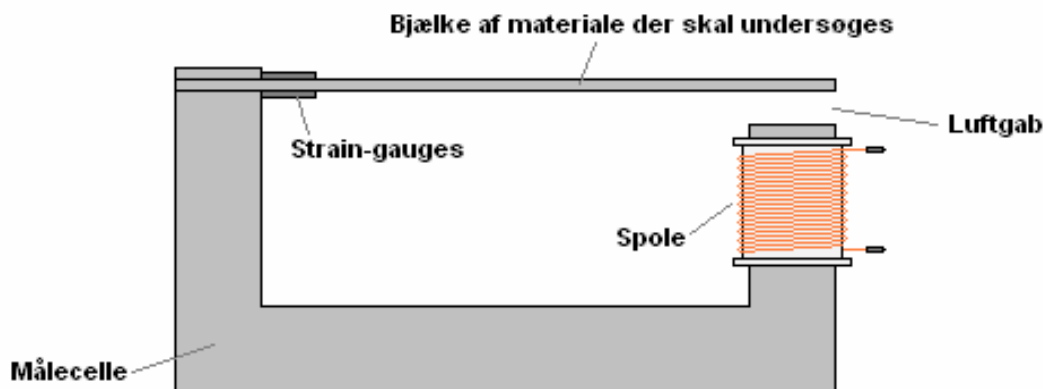
Det til gruppen udleverede projektoplæg har på forhånd fastlagt nogle rammer for projektet, hvilket har indflydelse på de elementer, der skal analyseres.

Nedenstående ramme indeholder fastlagte punkter fra projektoplægget:

- Der ønskes dimensioneret og konstrueret en elektromekanisk målecelle, som gør det muligt at bestemme blødt jerns elasticitetskoefficient, E .
- Målecellen tænkes opbygget som et magnetisk kredsløb indeholdende en bjælke af materialet, som skal undersøges, to polsko og et luftgab mellem polskoene.
- Bjælkens deformation måles vha. strain-gauges med tilhørende interface. Til kontrol af strain-gauge målingen skal foretages en direkte måling af strukturens deformation.
- Samme eller modificeret målecelle til at bestemme elasticitetskoefficienten i et dynamisk forsøg
- Endvidere ønskes der foretaget en måling af bjælkens relative permeabilitet μ_r .
- I forbindelse med den statiske strain-gauge måling skal der etableres et interface op mod en microcontroller med tilhørende programmering og visning af data på display.

Det fremgår af projektoplægget, at der skal foretages i alt tre forskellige målinger, henholdsvis en statisk og en dynamisk måling af elasticitetskoefficienten, samt en måling af den relative permeabilitet. Ved den statiske måling skal der desuden være en udlæsning af data fra målingen på display, hvor der skal anvendes en microcontroller.

En mulig måleopstilling kunne, på baggrund af projektoplægget, være konstrueret, som vist på figuren herunder:



Figur 2.1: Eksempel på målecelle.

Målecellernes konstruktion ved de enkelte forsøg, vil senere blive beskrevet.

⁴ Citat projektoplæg – Projektoplægget forefindes i bilag 1.

2.2 Problemformulering

Da det er to forskellige materialeegenskaber, der skal foretages målinger af, er det naturligt både i forbindelse med den bagvedliggende teori og de praktiske forsøg at adskille måling af elasticitetskoefficient fra måling af relativ permeabilitet.

Rapporten vil derfor ligesom problemformuleringen blive inddelt i to dele svarende til de to materialeegenskaber. Den statiske måling af elasticitetskoefficienten vil ligeledes blive adskilt fra den dynamiske.

I forbindelse med de teoretiske og praktiske undersøgelser af de to materialeegenskaber vil følgende spørgsmål blive belyst:

Teori om elasticitetskoefficient:

- Hvilken sammenhæng er der mellem et materiales bøjning og spænding, og materialets elasticitetskoefficient?
- Hvordan kan elasticitetskoefficienten for et materiale måles:
 - Statisk?
 - Dynamisk?

Forsøgsopstilling til statisk måling af elasticitetskoefficienten:

- Hvordan skal målecellen konstrueres?
- Hvilke måleinstrumenter skal benyttes for at kunne bearbejde måleresultaterne, og for at opnå mest nøjagtige og reproducerbare målinger?
- Hvilken forsøgsopstilling skal benyttes til en statisk måling af elasticitetskoefficienten?
- Hvilke strain-gauges skal benyttes?
- Hvordan kontrolleres at målingen af nedbøjningen med strain-gaugene er korrekt udført?

Interface til statisk måling af elasticitetskoefficient:

- Hvilken microcontroller skal benyttes?
- Hvilken type display skal benyttes?
- Hvilke data er det relevant at udlæse?

Forsøgsopstilling til dynamisk måling af elasticitetskoefficienten:

- Hvordan skal målecellen konstrueres?
- Hvilke måleinstrumenter skal benyttes for nemmest at kunne bearbejde måleresultaterne og for at opnå mest nøjagtige og reproducerbare målinger?
- Hvilken forsøgsopstilling skal benyttes til en dynamisk måling af elasticitetskoefficienten?

Teori om relativ permeabilitet:

- Hvilken sammenhæng er der mellem et materiales magnetiske egenskaber og den relative permeabilitet for materialet?
- Hvordan kan den relative permeabilitet for et materiale måles?

Forsøgsopstilling til måling af relativ permeabilitet:

- Hvordan skal målecellen konstrueres?
- Hvilke måleinstrumenter skal benyttes for nemmest at kunne bearbejde måleresultaterne og for at opnå mest nøjagtige målinger?
- Hvilken forsøgsopstilling skal benyttes til måling af den relative permeabilitet?

2.3 Projektafgrænsning

Som det fremgår af problemanalysen, er der fra projektoplæggets side fastlagt nogle rammer for projektet. Ud over disse foretager gruppen yderligere afgrænsninger af projektet. Disse afgrænsninger foretages, for at projektet kan udarbejdes inden for tidsrammen:

- Der vil kun blive foretaget målinger på én type blødt jern, da dette vil være tilstrækkeligt for at kunne eftervise de anvendte metoder, idet målingerne vil blive sammenlignet med tabelværdier. Desuden vil der kun blive foretaget databehandling på én måleserie pr. målemetode.
- Gruppen vil bestræbe sig på at fremstille kun en målecelle pr. forsøgsopstilling. Hvis det er muligt kombineres disse, så antallet af nødvendige konstruktioner mindskes.
- Da det egentlige produkt i dette projekt ikke er målecellerne og forsøgsopstillingerne, men derimod selve målingerne, understreges det at forsøgsopstillingerne kun er prototyper. Det samme gør sig gældende for udlæsningen med microcontrolleren. Af samme grund laves der kun print af de elektriske kredsløb, hvis dette rent praktisk kan betale sig.
- Samtlige målinger foretages under laboratorieforhold.

3 Præsentation af metaller elastiske og magnetiske egenskaber⁵

Dette kapitel præsenteres nogle generelle begreber vedrørende metaller elastiske og magnetiske egenskaber, hvilket vil hjælpe med læsningen af de resterende kapitler

3.1 Elasticitetskoefficienten og dens tekniske anvendelse

Elasticitetskoefficienten er defineret ud fra to vigtige begreber: stress (spænding), σ , og strain (tøjning), ε , hvor stress er kraft pr. areal, og strain er den relative forlængelse:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \wedge \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Når et materiale udsættes for en kraftpåvirkning, medfører det en deformation i form af en forlængelse. På figur 3.1, ses en standardprøve for konstruktionsstål. Ved en elastisk deformation sker der en reversibel proces, hvor udvidelsen, ε , i forholdt til stress, σ , er konstant (den blå del af grafen). Dette forholdt er defineret som elasticitetskoefficienten.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Dette forhold gør sig gældende indtil flydespænding, σ_y , opnås (den røde del af grafen), og materialet opnår en permanent deformation.

Elasticitetskoefficienten beskriver stivheden af materialet. Hvis elasticitetskoefficienten er høj, skal materialet belastes med en stor kraft for at opnå en lille deformation.

Elasticitetskoefficienten er bestemt af atombindingernes styrke, som igen er bestemt af legeringens kemiske sammensætning.

Legering er bestemt af hvordan stålet er blevet varmebehandlet; om det er støbt eller om det er blevet deformeret i varm eller kold tilstand. Elasticitetskoefficienten⁶ har stort set samme værdi for alle ståltyper, $E \approx 21 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ hvilket er illustreret på figur 3.2. Da legeringen varierer fra produktion til produktion, er der en vis usikkerhed i elasticitetskoefficienten, og denne kan derfor ligge på over og under tabelværdien.

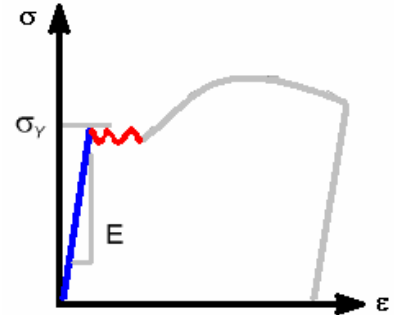
En bestemmelse af elasticitetskoefficienten for stål kræver en deformation af materialet. Dette kan opnås ved at påvirke en stålbjælke med en kraft, således at denne bøjes.

Denne bøjning kan måles med en strain-gauge, som er en deformerbar modstand, der er monteret på stålbjælken. Ved bøjning, ændres længden af strain-gaugens måletråd, og dermed resistansen. Ved at måle ændringen i resistansen, kan strain findes, eftersom

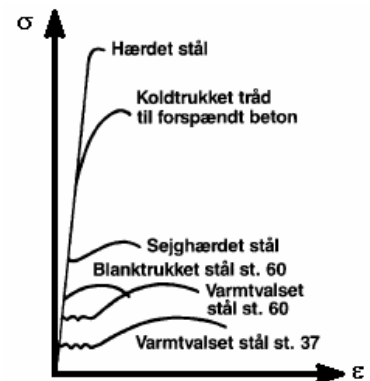
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \propto \frac{\Delta R}{R}$$

hvor $\frac{\Delta R}{R}$ er den relative modstandsændring i strain-gaugen.

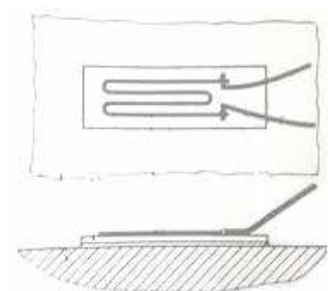
Ved styrkeberegninger på konstruktion af stål er elasticitetskoefficienten og flydespændingen de vigtigste parametre. Normalt dimensioneres konstruktionen således at ingen spændinger i konstruktionen overstiger flydespændingen.



Figur 3.1: Trækprøve for konstruktionsstål.



Figur 3.2: Elasticitetskoefficient for forskellige ståltyper.



Figur 3.3: Strain-gauge.

⁵ Bearbejdet ud fra kilde 14.

⁶ Kilde 11 – Side 190

3.2 Relativ permeabilitet

Den relative permeabilitet er en enhedsløs størrelse, der beskriver et materiales magnetiske ledesevne. Et materiale med en høj relativ permeabilitet har en god magnetisk ledesevne.

En måde at illustrere magnetiseringen af et materiale er ved hjælp af en hysteresekurve, som beskriver sammenhængen mellem den magnetiske intensitet, H -feltet som måles i *Ampere/meter*, og det magnetiske felt, B -feltet som måles i *Tesla*. Et eksempel på en sådan hysteresekurve er illustreret til højre.

B -feltet i et materiale vil altså opføre sig forskelligt alt afhængig af om den magnetiske intensitet øges eller sænkes. Når H -feltet øges meget vil B -feltet blive drevet i mætning, og hysteresekurven vil herefter have en meget lille hældning, svarende til vakuumpermeabiliteten, μ_0 .

Sammenhængen mellem den magnetiske intensitet og det magnetiske felt er:

$$B = \mu \cdot H$$

hvor μ er materialets absolutte permeabilitet.

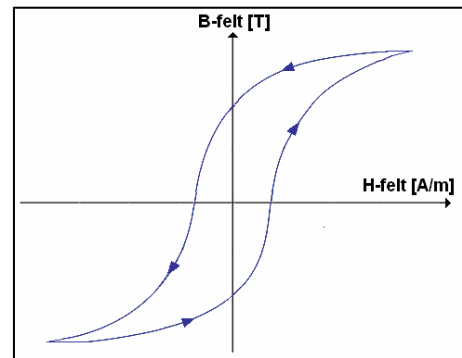
Den relative permeabilitet for et materiale, μ_r , er defineret ud fra vakuumpermeabiliteten,

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$, som:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

og et materiales relative permeabilitet kan derfor findes ud fra hældningen på hysteresekurven.

Bredden af hysteresekurven angiver den magnetiske hårdhed. Hvis hysteresekurven er smal er materialet magnetisk blødt, hvilket betyder at der kun skal ske en lille ændring i den magnetiske intensitet for at drive materialet fra positiv til negativ mætning. Dette bruges blandt andet i transformere, hvor der benyttes et materiale med smal hysteresekurve, for at hindre tab af energi. Er hysteresekurven for et materiale derimod bred, er materialet magnetisk hårdt, og der skal en stor ændring i den magnetiske intensitet til at ændre det magnetiske felt. Materialer med brede hysteres kurve bruges til permanente magneter, da de skal udsættes for et stort eksternt magnetfelt for at deres magnetisering påvirkes betydeligt.



Figur 3.4: Hysteresekurve som illustrerer magnetiseringen af et materiale.

STATISK MÅLING AF ELASTICITETSKOEFFICIENT

4 Teori for statisk måling af elasticitetskoefficient

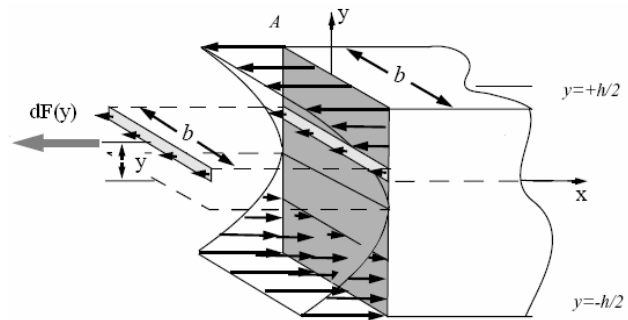
I dette kapitel udledes de relevante formler, der bliver benyttet til behandlingen af data fra det statiske forsøg, hvor elasticitetskoefficienten bestemmes. Under det statiske forsøg, skal elasticitetskoefficienten, E , bestemmes ved hjælp af en strain-gauge-måling, der måler det aktuelle strain, ε , på bjælken, og der skal derfor udledes en formel for sammenhængen mellem E og ε .

Ud over den egentlige måling af elasticitetskoefficienten, skal der desuden udføres et kontrolforsøg af strain-gauge-målingerne, ud fra en direkte måling af bjælkens nedbøjning. I den forbindelse er det derfor nødvendigt at udlede en formel for sammenhængen mellem bjælkens nedbøjning, u , og det strain, ε , som strain-gaugene måler.

Ved begge forsøg nedbøjes bjælken ved hjælp af en kraft, skabt af en spole som danner et magnetfelt i målecellen. Sammenhængen mellem den strøm der løber i spolen, I , og den kraft, F , som bjælken påvirkes med skal bestemmes, idet denne kraftpåvirkning indgår i beregningen af elasticitetskoefficienten.

4.1 Bestemmelse af sammenhæng mellem moment og nedbøjning⁷

Når det drejer sig om deformation af legemer, betragtes de momenter og kræfter der påvirker systemet. I dette afsnit vil der derfor blive udledt en ligning, der beskriver det totale moment, M_t , for en snitflade gennem en bjælke, som en funktion af nedbøjningen. Figur 4.1 illustrerer et tværsnit af den bjælke der betragtes. Eftersom M_t afhænger af bjælkens dimensioner, simplificeres beregningerne ved først at betragte dM for det lille areal, $dA = dy \cdot b$. For denne bjælketype er bjælkens bredde, b , konstant.



Figur 4.1: Kræftpåvirkning på et tværsnit af en bjælke under nedbøjning.

Momentet defineres som produktet af kraft og arm, og da sammenhængen mellem snitkraft og areal, beskrives som stress, $\sigma(y)$:

$$dF(y) = \sigma(y) \cdot dA \quad (4.1)$$

fås følgende sammenhæng for snitmomentet, $dM(y)$:

$$dM(y) = dF(y) \cdot y = \sigma(y) \cdot dA \cdot y = \sigma(y) \cdot dy \cdot b \cdot y \quad (4.2)$$

Der er følgende sammenhæng mellem σ og E :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4.3)$$

Og indsættes (4.3) i den sidste del af (4.2):

$$dM(y) = E \cdot \varepsilon(y) \cdot dy \cdot b \cdot y \quad (4.4)$$

Den sidste sammenhæng der benyttes er definitionen for strain, ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (4.5)$$

Ændringen i længde, $\Delta L(y)$, kan bestemmes som:

⁷ Dette afsnit er udarbejdet ud fra kilde 7.

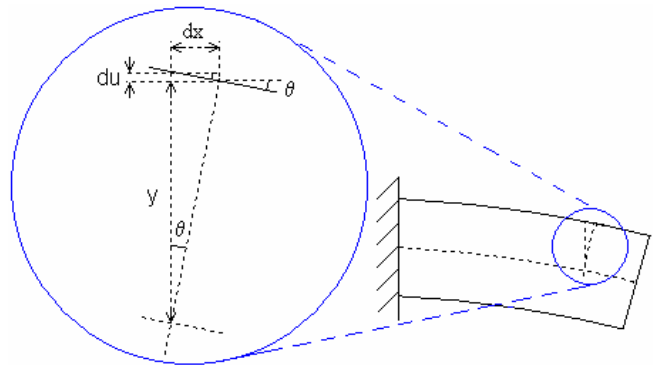
$$\tan \theta = \frac{\Delta L(y)}{y} \quad (4.6)$$

For små vinkler, $d\theta$, kan dette tilnærmes til:

$$\begin{aligned} \tan d\theta = \frac{\Delta L(y)}{y} &\approx d\theta &\Rightarrow \\ \Delta L(y) &\approx y \cdot d\theta \end{aligned} \quad (4.7)$$

Betragtes figur 4.2, ses følgende sammenhænge:

$$\tan \theta = \frac{du}{dx} \approx \theta \quad (4.8)$$



Figur 4.2: Bjælke under nedbøjning.

Differentieres (4.8) med hensyn til x fås:

$$\frac{d\theta}{dx} \approx \frac{d^2u}{dx^2} \quad (4.9)$$

Og eftersom dx svarer til L , for det lille stykke af bjælken der betragtes, kan den relative længdeændring, (4.5), omskrives til:

$$\varepsilon(y) = \frac{\Delta L(y)}{L} \approx \frac{y \cdot d\theta}{dx} = y \frac{d^2u}{dx^2} \quad (4.10)$$

(4.10) indsættes nu i (4.4), og følgende sammenhæng mellem det totale moment og nedbøjningen opnås:

$$M_t = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} E \cdot \varepsilon(y) \cdot b \cdot y \cdot dy \quad \Rightarrow$$

$$M_t = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} E \cdot \frac{d^2u}{dx} \cdot b \cdot y^2 \cdot dy \quad \Rightarrow$$

$$M_t = E \cdot \frac{d^2u}{dx} \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} y^2 \cdot b \cdot dy \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{M_t = \frac{d^2u}{dx} \cdot E \cdot I_{nv}} \quad (4.11)$$

I_{nv} er defineret som bjælkens tværsnitsinertimoment, og er en egenskab, der beskriver emners dygtighed til at modstå bøjning. For en bjælke med et rektangulært tværsnitsareal, med højden h og bredden b , kan I_{nv} bestemmes til:

$$I_{nv} = \int_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} y^2 \cdot b \cdot dy = b \cdot \left[\frac{1}{3} y^3 \right]_{-\frac{1}{2}h}^{\frac{1}{2}h} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \quad (4.12)$$

Det ses, at det totale moment for en snitflade gennem bjælken, som en funktion af nedbøjningen, kan skrives som en 2. ordens differentilligning, der afhænger af bjælkens elasticitetskoefficient, E , og tværsnitsinertimoment, I_{nv} . Bjælkens tværsnitsinertimoment kan desuden beregnes som en funktion af bjælkens bredde, b , og højde, h .

4.2 Bestemmelse af sammenhæng mellem elasticitetskoefficient og strain

Med strain-gauge-målingen findes bjælkens strain, ε , i det punkt, hvor gaugene sidder. Den målte værdi benyttes til at finde elasticitetskoefficienten, E . Sammenhængen mellem disse parametre bestemmes derfor i dette afsnit.

Eftersom strain-gaugene er monteret på bjælkens overflade, måles strain $\frac{1}{2}h$ fra bjælkens midte. Indsættes denne værdi i (4.10), fås:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}h \frac{d^2u}{dx^2} \Rightarrow$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{2\varepsilon}{h} \quad (4.13)$$

Ved at kombinere (4.13) med (4.11), fås:

$$M_i = \frac{2\varepsilon}{h} \cdot E \cdot I_v \quad (4.14)$$

Momentet er $F \cdot d$, hvor d er afstanden mellem strain-gauges og kraften fra spolen. Dette indsættes sammen med udtrykket for I_v fra (4.12) i (4.14), og følgende udtryk opnås:

$$F \cdot d = \frac{2\varepsilon}{h} \cdot \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 \cdot E = \frac{\varepsilon \cdot b \cdot h^2 \cdot E}{6} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{E(\varepsilon) = \frac{6 \cdot F \cdot d}{\varepsilon \cdot b \cdot h^2}} \quad (4.15)$$

Elasticitetskoefficienten for bjælken, kan derfor beregnes ud fra den målte strain, ε , og den kraft, F , som bjælken påvirkes med.

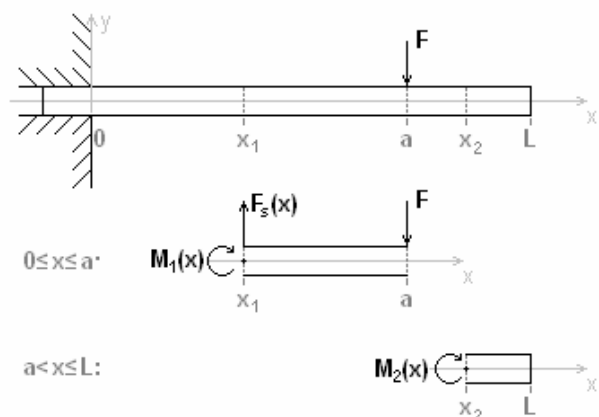
Det ses desuden ud fra formlen, at afstanden d er ligefrem proportionel med den målte værdi for strain, ε . Den største værdi for strain, på den indspændte bjælke der påvirkes af en kraft nær bjælkens frie ende, vil altså derfor kunne måles i punktet $x = 0$, illustreret på figur 4.3.

4.3 Bestemmelse af en bjælkes nedbøjning som en funktion af påtrykt kraft

I dette afsnit vil et udtryk for størrelsen af nedbøjningen langs bjælken, som en funktion af en påtrykt kraft, blive udledt. Nedbøjningen som en funktion af strain vil desuden blive bestemt ved at benytte formel (4.15).

Der betragtes en bjælke med længden L , som er indspændt i den ene ende, og fri i den anden ende som illustreret på figur 4.3. Den påtrykte kraft regnes til at virke udelukkende i y -retningen og kun i et punkt på bjælken i afstanden a fra indspændingen. Bjælken regnes desuden for at være i hvile.

For at bestemme en funktion for nedbøjningen af bjælken, betragtes først den del af bjælken som løber fra $x = 0$ til $x = a$. Indlægges et snit i denne bjælke ved en tilfældig x -værdi, her illustreret med x_1 , må det, idet bjælken er i hvile, for bjælkestykket fra x_1 til a gælde at:



Figur 4.3: Kraft- og momentpåvirkninger på indspændt bjælke.

$$\sum F_y = 0 \quad \wedge \quad \sum M = 0 \quad (4.16)$$

Ud fra dette, fås den snitkraft, $F_s(x)$, som virker i en snitflade i bjælken fra 0 til a til:

$$\begin{aligned} \sum F_y = F_s(x) - F &= 0 & \Leftrightarrow \\ F_s(x) &= F \end{aligned}$$

Og det snitmoment, $M(x)$, som virker i bjælken fra 0 til a bliver:

$$\begin{aligned} \sum M = -M_1(x) - F \cdot (a - x) &= 0 & \Leftrightarrow \\ M_1(x) = -F \cdot (a - x) &= F \cdot x - F \cdot a \end{aligned} \quad (4.17)$$

Ved nu at benytte formel (4.11) fra afsnit 4.1, kan nedbøjningen, u_1 , for bjælken fra 0 til a nu bestemmes, ved at integrere denne to gange:

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} = \frac{M_1(x)}{E \cdot I_{tv}} = \frac{F \cdot x}{E \cdot I_{tv}} - \frac{F \cdot a}{E \cdot I_{tv}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{du_1}{dx} = \frac{F \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} - \frac{F \cdot a \cdot x}{E \cdot I_{tv}} + c_1 \quad (4.18) \quad \Leftrightarrow$$

$$u_1(x) = \frac{F \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} - \frac{F \cdot a \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} + c_1 \cdot x + c_2 \quad (4.19)$$

De to arbitrære konstanter, c_1 og c_2 , bestemmes ved at benytte de to randbetingelser:

$$\frac{du_1}{dx}(0) = 0 \quad \wedge \quad u_1(0) = 0$$

Da både hældning og nedbøjning er 0 ved $x = 0$. Indsættes disse i henholdsvis (4.18) og (4.19) fås:

$$c_1 = 0 \quad \wedge \quad c_2 = 0$$

Og u_1 bliver:

$$u_1(x) = \frac{F \cdot x^3}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} - \frac{F \cdot a \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} \quad \text{for} \quad 0 \leq x \leq a \quad \Leftrightarrow$$

$$u_1(x) = -\frac{F \cdot x^2}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} \cdot (3a - x) \quad \text{for} \quad 0 \leq x \leq a \quad (4.20)$$

Herefter skal størrelsen af nedbøjningen i den resterende del af bjælken, fra a til L nu bestemmes. Som det kan ses på figur 4.3, virker der ikke nogen kræfter i denne del af bjælken, og på baggrund af (4.16) bliver snitmomentet, $M_2(x)$, dermed ligeledes:

$$M_2(x) = 0$$

Benyttes nu igen formel (4.11) fås nedbøjningen, u_2 , til:

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} = \frac{M_2(x)}{E \cdot I_{tv}} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{du_2}{dx} = c_3 \quad (4.21)$$

$$u_2(x) = c_3 \cdot x + c_4 \quad (4.22)$$

Ud fra formel (4.20) fås de to randbetingelser:

$$\frac{du_1}{dx}(a) = \frac{du_2}{dx}(a) = -\frac{F \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} \quad \wedge \quad u_1(a) = u_2(a) = -\frac{F \cdot a^3}{3 \cdot E \cdot I_{tv}}$$

Hvilket indsat i (4.21) og (4.22) giver:

$$c_3 = -\frac{F \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} \quad \wedge \quad c_4 = \frac{F \cdot a^3}{6 \cdot E \cdot I_{tv}}$$

og u_2 bliver:

$$\begin{aligned} u_2(x) &= -\frac{F \cdot a^2 \cdot x}{2 \cdot E \cdot I_{tv}} + \frac{F \cdot a^3}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} & \text{for} & \quad a < x \leq L & \Leftrightarrow \\ u_2(x) &= -\frac{F \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} \cdot (3x - a) & \text{for} & \quad a < x \leq L & (4.23) \end{aligned}$$

hvor den samlede funktion for nedbøjningen af bjælken ud fra (4.20) og (4.23), bliver:

$$u(x) = \begin{cases} -\frac{F \cdot x^2}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} \cdot (3a - x) & \text{for} \quad 0 \leq x \leq a \\ -\frac{F \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I_{tv}} \cdot (3x - a) & \text{for} \quad a < x \leq L \end{cases} \quad (4.24)$$

Den største nedbøjning, u_L , som findes ved $x = L$, kan derfor, hvis formel (4.12) for bjælkens tværsnitsinertimoment indsættes, bestemmes med:

$$u_L = u(L) = -\frac{F \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3\right)} \cdot (3L - a) \quad \Leftrightarrow$$

$$\boxed{u_L = -\frac{2 \cdot F \cdot a^2}{E \cdot b \cdot h^3} \cdot (3L - a)} \quad (4.25)$$

Ved at indsætte formel (4.15) i (4.25), kan nedbøjningen som en funktion af strain desuden bestemmes ved:

$$u_L = -\frac{2 \cdot F \cdot a^2}{b \cdot h^3} \cdot (3L - a) \cdot \frac{\varepsilon \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot F \cdot d} \quad \Leftrightarrow$$

$$\boxed{u_L = -\frac{a^2 \cdot \varepsilon}{3 \cdot h \cdot d} \cdot (3L - a)} \quad (4.26)$$

Det kan hermed ses, at nedbøjningen af bjælken, u_L , er ligefrem proportional med både den påtrykte kraft og den strain, som virker ovenpå bjælken. For at kontrollere strain-gaugene kan nedbøjningen derfor måles både direkte, samt bestemmes ud fra den målte strain, og disse to værdier kan derefter sammenlignes.

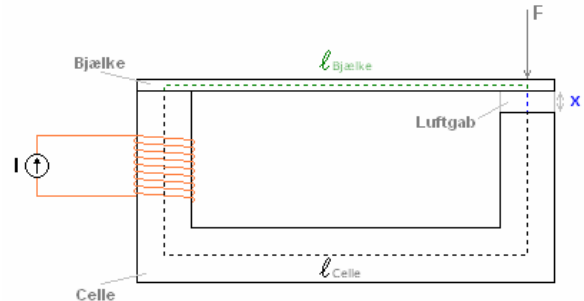
4.4 Bestemmelse af magnetisk kraftpåvirkning på bjælke fra spole

Bjælken, som den statiske måling skal foretages på, skal påvirkes af en magnetisk kraft, for at få bjælken til at bøje. Denne magnetiske kraft skabes ved hjælp af en spole monteret på målecellen, hvor der løber en given strøm igennem.

I dette afsnit vil der derfor blive udledt en formel for størrelsen af denne kraft, som en funktion af strømmen til spolen. Denne formel vil desuden blive benyttet til at vurdere hvor mange vindinger spolen skal have.

Den statiske målecelle tænkes konstrueret, som illustreret til højre, hvor spolen skaber et magnetisk felt i målecellen og dermed også i luftgabet, hvormed bjælken vil blive trukket ned mod selve målecellen.

For at bestemme størrelsen af denne kraft, F , som antages at virke midt i luftgabet, som vist på billedet, benyttes princippet om energibevarelse. Hvis det antages at der ikke går noget energi tabt, vil al den energi der tilføres systemet, når der løber en strøm i spolen, blive afsat dels som magnetisk energi i kredsløbet, $E_{magnetisk}$, og dels som mekanisk arbejde i form af kraftpåvirkningen på bjælken, altså:



Figur 4.4: Den magnetiske kreds som udgør den statiske målecelle.

Den magnetiske kreds som udgør den statiske målecelle.

$$\text{Tilført elektrisk effekt} \times \text{Tid} = \text{Ændring i oplagret magnetisk energi} + \text{Mekanisk arbejde} \Rightarrow$$

$$I \cdot \xi \cdot dt = dE_{magnetisk} + F \cdot dx \quad (4.27)^8$$

hvor ξ er den inducerede elektromotoriske kraft i spolen.

For at kunne bestemme den magnetiske energi som oplagres i målecellen, er det nødvendigt at se bort fra fluxspredning og fluxfringing, og antage at det magnetiske felt kun løber indeni metallet og kun lige i luftgabet. Antagelserne er nødvendige for at kunne beregne kraften, på en forholdsvis simpel måde, men vil selvfølgelig betyde at kraftberegningen vil være behæftet med visse fejl. Der vil senere under forsøget blive taget højde for fejlene og der vil blive beskrevet, hvordan de vil påvirke resultatet af målingerne.

Den oplagrede magnetiske energi i et volumen, V , kan beskrives ved:

$$E_{magnetisk} = \frac{B^2}{2\mu} \cdot V \quad (4.28)$$

Derfor kan den oplagrede energi i målecellen, hvis det antages at tværsnitsarealet, A , er konstant omkring den indlagte stiplede linje på figur 4.4, beregnes ved:

$$E_{magnetisk} = \frac{B_{celle}^2}{2\mu_{metal}} \cdot A_{celle} \cdot \ell_{celle} + \frac{B_{bjælke}^2}{2\mu_{metal}} \cdot A_{bjælke} \cdot \ell_{bjælke} + \frac{B_{luftgab}^2}{2\mu_0} \cdot A_{luftgab} \cdot x \quad (4.29)$$

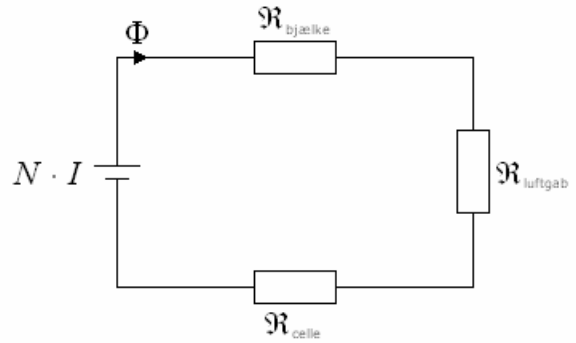
Det antages nu at metallets permeabilitet er meget større end vakuumpermeabiliteten, altså $\mu_0 \ll \mu_{metal}$, hvormed (4.29) tilnærmet kan skrives som:

$$E_{magnetisk} \approx \frac{B_{luftgab}^2}{2\mu_0} \cdot A_{luftgab} \cdot x \quad (4.30)$$

Magnetfeltet i luftgabet, $B_{luftgab}$, skal altså herefter bestemmes, og dette kan gøres ved at benytte analogien mellem magnetiske og elektriske kredsløb, som illustreret herunder:

⁸ Kilde 1 – Side 695-698.

$$N \cdot I = \Phi \cdot (\mathfrak{R}_{celle} + \mathfrak{R}_{bjælke} + \mathfrak{R}_{luftgab})$$



Figur 4.5: Det magnetiske kredsløb.

Her er N antallet af vindinger på spolen, I er strømmen til denne, mens Φ er den magnetiske flux i kredsen. Reluktansen, \mathfrak{R} , kan for de tre dele bestemmes ved:

$$\mathfrak{R}_{celle} = \frac{\ell_{celle}}{\mu_{metal} \cdot A_{celle}} \quad \wedge \quad \mathfrak{R}_{bjælke} = \frac{\ell_{bjælke}}{\mu_{metal} \cdot A_{bjælke}} \quad \wedge \quad \mathfrak{R}_{luftgab} = \frac{x}{\mu_0 \cdot A_{luftgab}}$$

Antages det igen at $\mu_0 \ll \mu_{metal}$, fås:

$$N \cdot I \approx \Phi \cdot \mathfrak{R}_{luftgab} \approx \Phi \cdot \frac{x}{\mu_0 \cdot A_{luftgab}} \quad (4.31)$$

Fluxen, Φ , kan desuden beskrives ved:

$$\Phi = B_{luftgab} \cdot A_{luftgab} \quad (4.32)$$

Og indsættes dette i (4.31) fås magnetfeltet i luftgabet til:

$$N \cdot I \approx B_{luftgab} \cdot A_{luftgab} \cdot \frac{x}{\mu_0 \cdot A_{luftgab}} \quad \Leftrightarrow$$

$$B_{luftgab} \approx \frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{x} \quad (4.33)$$

Indsættes (4.33) i (4.30), fås den magnetisk oplagrede energi til:

$$E_{magnetisk} \approx \left(\frac{N \cdot I \cdot \mu_0}{x} \right)^2 \cdot \frac{A_{luftgab} \cdot x}{2\mu_0} \approx (N \cdot I)^2 \cdot \frac{A_{luftgab} \cdot \mu_0}{2 \cdot x} \quad (4.34)$$

Og ændringen i oplagret energi bliver derfor på baggrund af (4.34), da x er den eneste variable størrelse:

$$dE_{magnetisk} \approx \frac{1}{2} (N \cdot I)^2 \cdot A_{luftgab} \cdot \mu_0 \cdot d\left(\frac{1}{x}\right) \quad (4.35)$$

Den tilførte elektriske effekt kan, idet den inducerede elektromotoriske kraft, ξ , i spolen kan skrives som $\xi = N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$, bestemmes ved:

$$I \cdot \xi = I \cdot N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.36)$$

Og ved indsættelse af (4.31), kan (4.36) udvides til:

$$I \cdot \xi = I \cdot N \cdot \frac{d}{dt} \left(N \cdot I \cdot \frac{\mu_0 \cdot A_{luftgab}}{x} \right) = (N \cdot I)^2 \cdot \mu_0 \cdot A_{luftgab} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{x} \right) \quad (4.37)$$

Og indsættes (4.35) og (4.37) i (4.27), fås formelen for kraften:

$$F \cdot dx + \frac{1}{2}(N \cdot I)^2 \cdot A_{\text{luftrgab}} \cdot \mu_0 \cdot d\left(\frac{1}{x}\right) = (N \cdot I)^2 \cdot \mu_0 \cdot A_{\text{luftrgab}} \cdot d\left(\frac{1}{x}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$F = \frac{1}{2}(N \cdot I)^2 \cdot \mu_0 \cdot A_{\text{luftrgab}} \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{|F| = \frac{1}{2}(N \cdot I)^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot A_{\text{luftrgab}}}{x^2}} \quad (4.38)$$

Den kraftpåvirkning, som magnetfeltet fra spolen påvirker bjælken med, er, som det kan ses, antageligvis proportionel med kvadratet på den strøm, som løber igennem spolen.

Det forventes, at beregning er behæftet med en vis afvigelse fra den egentlige kraft som bjælke påvirkes med, da det har været nødvendigt at gøre en række antagelser og tilnærmelser for at kunne udlede formlen. Der vil dog i forsøget blive taget højde for dette.

4.5 Bestemmelse af sammenhæng mellem modstandsændring og strain

I dette afsnit vil sammenhængen mellem modstandsændringen i strain-gaugene og det aktuelle strain, hvor gaugene er monteret, blive bestemt.

Princippet ved strain-gauges er baseret på elektriske modstandsændringer i en måletråd, som belastes. Strain-gauges fastgøres til overfladen, hvor deformationstilstanden ønskes målt. Bjælkens bøjning overføres til måletråden i strain-gaugen. Dette medvirker til, at trådens modstand ændres proportionalt med bjælkens bøjning.

Hvis trådens dimensioner ændres, for eksempel ved bøjning, vil der ske en direkte ændring i resistansen, fordi en tråds resistans beskrives ud fra følgende formel:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = \rho \cdot \frac{L^2}{V} \quad (4.39)$$

Desuden gælder der også at en ændring i volumenet, V , vil forårsage en ændring i materialeegenskaben, resistiviteten, ρ der er givet ved:

$$\frac{d\rho}{\rho} = c \frac{dV}{V} \quad (4.40)^9$$

hvor konstanten c er Bridgmans konstant, der er en konstant for det materiale, som måletråden er lavet af.

Differentieres (4.39) med hensyn til R , fås:

$$dR = d\rho \cdot \frac{L^2}{V} + 2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{V} \cdot L \cdot dL - \rho \cdot L^2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot dV \quad (4.41)$$

Herefter divideres igennem med udtrykket for R , (4.39):

$$\frac{dR}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left[d\rho \cdot \frac{L^2}{V} + 2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{V} \cdot L \cdot dL - \rho \cdot L^2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot dV \right] \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{V}{\rho \cdot L^2} \cdot \left[d\rho \cdot \frac{L^2}{V} + 2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{V} \cdot L \cdot dL - \rho \cdot L^2 \cdot \frac{1}{V^2} \cdot dV \right] \quad \Leftrightarrow$$

⁹ Kilde 6 – Side 84-85

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + 2 \cdot \frac{dL}{L} - \frac{dV}{V} \quad (4.42)$$

Følgende sammenhæng kan benyttes, for at reducere (4.42):

$$\frac{dV}{V} = \frac{dL}{L} \cdot (1 - 2\nu) \quad (4.43)^{10}$$

hvor ν er tværkontraktionsforholdet (Poissons forhold)¹¹.

Indsættes (4.40) og (4.43) i (4.42) fås:

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} [2 + (c - 1)(1 - 2\nu)]$$

Her defineres strain-gauge-faktoren, Gf , som:

$$Gf = 2 + (c - 1)(1 - 2\nu) \quad (4.44)^{12}$$

og da den relative længdeændring, $\frac{dL}{L}$, er defineret som strain, ε , fås følgende sammenhæng:

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = Gf \cdot \varepsilon} \quad (4.45)$$

Den relative modstandsændring i en strain-gauge er ligefrem proportionel med den aktuelle strain på det sted, hvor strain-gaugen er monteret. Gauge-faktoren på strain-gaugen, Gf , beskriver dennes følsomhed.

¹⁰ Kilde 6 – Side 84-85

¹¹ Tværkontraktionsforholdet beskriver forholdet mellem strain i henholdsvis transversal og aksial retning.

¹² Kilde 6 – Side 85

5 Statisk måling af elasticitetskoefficienten

I det følgende kapitel, vil forsøget med den statiske måling af elasticitetskoefficienten blive gennemgået. For at kunne beregne elasticitetskoefficienten for en bjælke, er det på baggrund af teorien nødvendigt at foretage målinger af den strain, der virker på bjælken, som en funktion af en påtrykt kraft.

I kapitlet vil gruppens overvejelser i forbindelse med konstruktionen af målecellerne først blive gennemgået, og derefter vil det analoge kredsløb, der skal benyttes til målingen med strain-gaugene, blive beskrevet og dimensioneret. Herefter vil kontrolmålingen af strain-gaugene blive beskrevet og vurderet, og til sidst vil fremgangsmåden, måledata og databehandlingen for den endelige måling af elasticitetskoefficienten blive gennemgået.

5.1 Overvejelser i forbindelse med måling af elasticitetskoefficient

Gruppen benytter strain-gauges, da det fra projektoplæggets side understreges, at der skal benyttes strain-gauges til at måle bjælkens deformation. Derfor har gruppen ikke undersøgt andre metoder for den endelige bestemmelse af bjælkens deformation.

For at kunne måle modstandsændringerne i strain-gaugene, som er meget små, har gruppen valgt at lade strain-gaugene indgå i en Wheatstone-bro. Dermed er det muligt at måle meget små modstandsændringer med en meget høj nøjagtighed. Udgangssignalet fra Wheatstone-broen vil være nogle få millivolt, og det vil derfor være nødvendigt at forstærke dette signal.

I det efterfølgende afsnit vil der derfor først blive gennemgået valg af strain-gauge-type, valg af Wheatstone-bro, samt valg af operationsforstærker til forstærkningen af signalet fra Wheatstone-broen.

5.1.1 Valg af strain-gauges

Der findes forskellige metoder til måling af konstruktionsmaterialers deformation. Den fra projektoplæggets side udvalgte metode er dog den mest benyttede metode, pga. dens alsidighed og nøjagtighed¹³, og strain-gauges er derfor et udmærket valg til dette projekt.

Derudover er der følgende fordele ved at anvende strain-gauges:

- Strain-gauges kan praktisk taget anvendes på alle strukturer, hvor der ønskes måling af tryk, træk, vridning eller bøjning.
- Strain-gauges er særligt velegnet til statiske målinger.
- Der findes et meget stort udvalg af modstandsværdier for strain-gauges, hvor de mest anvendte er på 120Ω og 350Ω , derudover findes der mange forskellige udformninger.

Der anvendes strain-gauges af typen 1-Lys13-3/120 med en gauge-faktor på, $Gf = 2,02 \pm 1\%$, fra HBM¹⁴, da disse strain-gauges lagerføres som standard på Det Tekniske Fakultet og da de opfylder gruppens krav til at måle deformationer nøjagtigt, har gruppen vurderet dem velegnede til projektets formål. Denne type strain-gauges kan desuden, i brokobling, maksimalt klare en ekscitationsspænding¹⁵ på $V_{ex} = 4V$.

5.1.2 Valg af Wheatstone-bro

Som nævnt har gruppen valgt at benytte en Wheatstone-bro i forbindelse med strain-gauge-målingen, for at kunne måle de små modstandsændringer. I dette afsnit vil der blive set nærmere på fordelene ved at benytte en Wheatstone-bro. Gruppen har valgt at se på tre forskellige typer af Wheatstone-broer, for derefter at kunne udvælge den mest optimale.

¹³ Kilde 13 – Side 20

¹⁴ Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt

¹⁵ Datablad for strain-gauges.

De tre forskellige brotyper er beskrevet i tabellen herunder:

Brotype:	Diagram:
<p>Kvart-bro: I kvart-bro er der kun et aktivt element, og det kan i princippet placeres, hvor man ønsker i broen. Normalt er de resterende modstande i broen samme værdi som det aktive element, her R_3, men broen kan også virke selvom det kun er R_4 der har samme værdi som R_3, men så skal R_1 og R_2 også være ens.</p> <p>Udgangsspændingen, V_{WB}, fra denne bro kan beregnes med:</p> $V_{WB} = V_{ex} \cdot \frac{\Delta R}{4R + \Delta R} \approx V_{ex} \cdot \frac{\Delta R}{4R} = \frac{V_{ex}}{4} \cdot Gf \cdot \varepsilon \quad (5.1)$ <p>Forudsat at ΔR er meget lille. Hvor V_{ex} er Wheatstone-broens ekscitationsspænding.</p>	
<p>Halv-bro: Hvis det kan lade sig gøre at få to strain-gauges til at variere kan der laves en halv-bro. Det forudsætter dog at den ene strain-gauge bliver større, mens den anden bliver tilsvarende mindre.</p> <p>Fordelen ved at lave en halv-bro er, at den giver dobbelt så meget spænding ud. En anden fordel ved halv-broen er at den virker temperaturkompenserende, hvis begge modstandselementer ændrer sig lige meget, så vil udgangsspændingen ikke ændre sig.</p> <p>Udgangsspændingen, V_{WB}, fra denne bro kan beregnes med:</p> $V_{WB} = V_{ex} \cdot \frac{\Delta R}{2R} = \frac{V_{ex}}{2} \cdot Gf \cdot \varepsilon \quad (5.2)$	
<p>Fuld-bro: Hvis det er muligt at placere fire strain-gauges, så to strain-gauges bliver større og de to andre bliver tilsvarende mindre, kan man lave en fuld-bro. Fuld-broen giver igen den dobbelte spænding ud, i forhold til halv-broen. Derudover vil fuld-broen have de samme fordele som halvbroen, samt den fordel, at den støj-mæssigt vil opsamle samme støj på begge udgangsterminaler.</p> <p>Udgangsspændingen, V_{WB}, fra denne bro kan beregnes med:</p> $V_{WB} = V_{ex} \cdot \frac{\Delta R}{R} = V_{ex} \cdot Gf \cdot \varepsilon \quad (5.3)$	

Tabel 5.1: Oversigt over tre forskellige Wheatstone-broer.¹⁶

Gruppen vælger at benytte fuld-broen, da der er mulighed for at montere fire strain-gauges på bjælken, og da denne brotype har væsentlige fordele i forhold til de andre brotyper.

I kraft af, at fuld-broen har den største udgangsspænding, har den samtidig den største følsomhed, hvilket er en stor fordel, ved små modstandsændringer.

5.1.3 Valg af operationsforstærker

Til at forstærke signalet fra Wheatstone-broen benyttes en general-purpose instrumenteringsforstærker, den integrerede kreds AD620, som er en differensforstærker. Den kan forstærke op til 1000 gange og har en reference-terminal, således at forstærkningen kan offsetjusteres.

Instrumenteringsforstærkeren har den fordel, i forhold til en differensforstærker bygget op omkring en almindelig operationsforstærker, at den har en meget høj indgangsimpedans, hvormed de små modstandsændringer i Wheatstone-broen ikke har betydning for forstærkningen.

Desuden kan dens forstærkning justeres med en enkelt modstand.

¹⁶ Tabellen er opskrevet ud fra kilde 15.

Der anvendes en general-purpose operationsforstærker af typen $\mu A741$ som buffer. Der er ingen specifikke krav til denne.

5.2 Konstruktion af målecelle til måling af elasticitetskoefficient

Dette afsnit beskriver de valg, der er blevet foretaget i forbindelse med konstruktionen af målecellen til den statiske måling.

Materialet som målecellen er konstrueret af skal være blødt jern, da dette er fastlagt fra projektoplæggets side. Derfor vælger gruppen at konstruere måleceller af handelsstål¹⁷ af typen S235JRG2 (EN 10025).

Gruppen har desuden valgt at anvende spoleforme, da dette gør det muligt at vikke spolerne på viklemaskine, hvilket sikrer at vindingstallet bliver korrekt. Stålet som målecellen er konstrueret af, er derfor valgt i dimensioner, som gør at de enkelte emner nemt kan bearbejdes, således målecellen tilpasses målene på de valgte spoleforme. Dermed får spoleformene en god pasform til målecellen, hvilket mindsker fluxspredning. Desuden kan der skiftes imellem forskellige spoler og deres position på målecellen.

Gruppen vælger at konstruere målecellen, så bjælken bliver tilstrækkelig lang til at der opnås en synlig deformation. Gruppen har valgt at montere strain-gaugene¹⁸ ved den ende, hvor bjælken er indspændt, idet deformationen her er størst.

Desuden tages der højde for at målecellens luftgab er forholdsvis lille, hvilket mindsker fluxspredning og fluxfringing.

Diagram til konstruktionen af målecellerne er vedlagt på bilag 4.

Målecellerne er blevet konstrueret i samarbejde med metalværkstedet på Det Tekniske Fakultet.

5.2.1 Overvejelser i forbindelse med spolevindingstal og -placering

I dette afsnit vil der blive beregnet, hvilket spolevindingstal det er nødvendigt at anvende til det statiske forsøg, og der vil desuden blive foretaget nogle overvejelser i forbindelse med placeringen af spolen.

For at beregne vindingstallet, skal størrelsen af den kraft, bjælken maksimalt skal påtrykkes med, først beregnes. Til dette formål anvendes formel (4.25), hvor kraften kan beregnes ved:

$$u_L = -\frac{2 \cdot F \cdot a^2}{E \cdot b \cdot h^3} \cdot (3L - a) \quad \Leftrightarrow$$

$$F = -\frac{u_{\max} \cdot E \cdot b \cdot h^3}{2 \cdot a^2 \cdot (3L - a)}$$

Da den teoretisk udledte formel kun er gældende ved små nedbøjninger, ønsker gruppen en nedbøjning på omkring en fjerdedel af luftgabets, svarende til $u_L = -1\text{mm}$. Benyttes målene for målecellen, hvor $a = 0,217\text{m}$, samt den formodede værdi for elasticitetskoefficienten på $21 \cdot 10^{10}\text{Pa}$, fås den maksimale kraftpåvirkning til:

$$F_{\max} = \frac{0,001\text{m} \cdot 21 \cdot 10^{10}\text{Pa} \cdot 0,03\text{m} \cdot (0,003\text{m})^3}{2 \cdot (0,217\text{m})^2 \cdot (3 \cdot 0,228\text{m} - 0,217\text{m})} = 3,87\text{N}$$

¹⁷ Handelsstål = blødt stål = blødt jern

¹⁸ Fremgangs måde til montering af strain-gauges er vedlagt på cd'en

Da gruppen vælger at benytte en strømforsyning¹⁹, som kan levere maksimalt 3A, dimensioneres vindingstallet på spolen herefter. Da der maksimalt skal sendes en strøm på 3A igennem spolerne, vælger gruppen derfor at vikle spolerne af $0,71\text{mm}^2$ kobbertråd. Dette valg blev foretaget ud fra en vurdering af at der som standard i huse indlægges kobberledninger på $1,5\text{mm}^2$, og disse er sat til at kunne klare op til 13A, hvormed $0,71\text{mm}^2$ burde være tilstrækkeligt til de størrelser af strømme, som der her benyttes.

Sættes $I_{\max} = 3\text{A}$, kan antallet af spolevindinger beregnes med formel (4.38), hvis størrelsen af luftgabet, x , regnes konstant til 4mm :

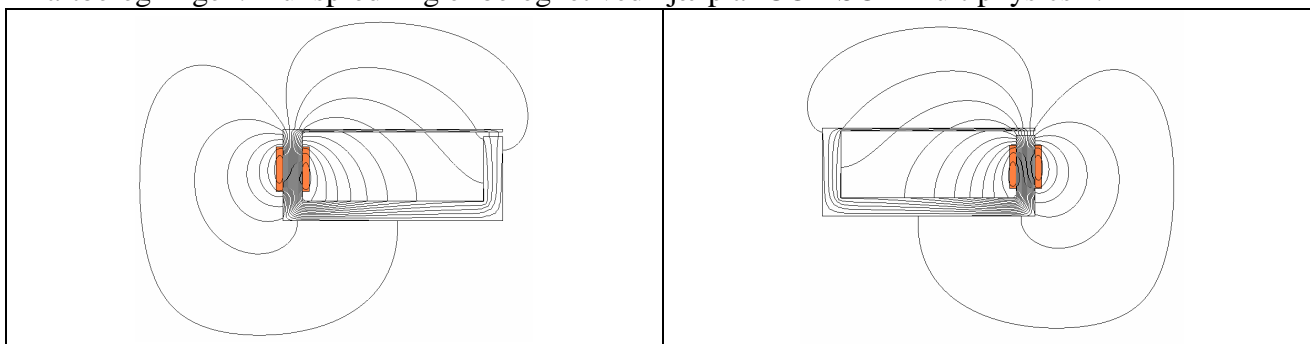
$$|F_{\max}| = \frac{1}{2} (N \cdot I_{\max})^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot A_{\text{luftgab}}}{x^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$N = \frac{1}{I_{\max}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot |F_{\max}| \cdot x^2}{\mu_0 \cdot A_{\text{luftgab}}}} \quad \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{3\text{A}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 3,87\text{N} \cdot (0,004\text{m})^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \cdot 0,00066\text{m}}} = 129 \text{ vindinger}$$

Da der som nævnt i afsnit 4.4, i formel (4.38) hverken tages højde for fluxspredning eller fluxfringing, vil den beregnede kraft være større end den der kan opnås, da der vil være et tab af magnetisk flux. Gruppen vælger derfor at benytte en spole med $N = 200\text{vindinger}$, for at være sikker på at skabe en kraft, som er tilstrækkelig stor til at kunne forårsage den ønskede nedbøjning.

Selvom det kan forventes at der opnås en mindre kraftpåvirkning end beregnet, kan denne fejl reduceres, ved at placere spolen så tæt på luftgabet som muligt. Nedenstående illustration viser fluxspredningen ved to forskellige spoleplaceringer, henholdsvis tæt på luftgabet og langt fra, med samme strøm gennem spolerne. Det ses tydeligt, at den største flux i luftgabet opnås når spolen placeres tæt på dette, og det vil altså være i dette tilfælde der opnås den mindste afvigelse i kraftberegningen. Fluxspredning er beregnet ved hjælp af COMSOL Multiphysics²⁰:



Figur 5.1: Fluxspredning ved to forskellige spoleplaceringer og samme strøm gennem spolerne.

Da gruppen forventer de største afvigelser ved beregningen af kraftpåvirkninger, da det i teoriafsnittet har været nødvendigt at foretage en række tilnærmelser, fandt gruppen det naturligt at foretage en referencemåling af den aktuelle kraft, med henblik på at opnå en mere nøjagtig måling af elasticitetskoefficienten. Denne referencemåling blev foretaget ved hjælp af et digitalt dynamometer²¹, og anvendelsen af dette er beskrevet under fremgangsmåden for forsøget, afsnit 5.5. Dynamometret er anvendt, da gruppen fandt denne løsning for den mest præcise.

¹⁹ DC Power Supply GP-4303D

²⁰ COMSOL Multiphysics version 3.4.0.248

²¹ Gruppen benytter et elektronisk dynamometer med typenummer L836221, som har en opløsning på $0,01\text{N}$.

5.2.2 Endelig målecelle:

I tabellen herunder er illustreret den endelige målecelle til det statiske forsøg, med de angivne mål som benyttes i databehandlingen:

Billede af målecelle:	Symbol:	Mål:
	Længde på bjælke, L :	228mm
	Afstand fra indspænding til kraft, a :	217mm
	Afstand fra midte af strain-gauges til kraft, d :	214mm
	Størrelse af luftgab, x :	4mm
	Højde på bjælkens tværsnitsareal, h :	3mm
	Bredde af luftgab, c :	22mm
	Dybde af målecelle og bjælke, b :	30mm
	Tværsnitsareal af luftgab, $A_{\text{luftgab}} = c \cdot b$:	660mm ²

Tabel 5.2: Den endelige målecelle til det statiske forsøg, men angivne mål. Den illustrerede kraft (blå), er den kraft magnetfeltet fra solen påvirker bjælken med.

5.3 Dimensionering af analogt kredsløb

Dette afsnit beskriver de valg, der er foretaget i forbindelse med dimensionering af det analoge kredsløb. For at dimensionere den analoge forstærkning er det klogt at inddrage de overvejelser, som er blevet foretaget i forbindelse med programmeringen af microcontrolleren.

5.3.1 Forstærkning af udgangssignal fra Wheatstone-bro

Formålet med det analoge kredsløb er at forstærke signalet fra Wheatstone-broen, som kun er nogle få millivolt, således at det bliver muligt at registrere den aktuelle strain. Det forstærkede signal skal desuden A/D-konverteres, ved hjælp af microcontrollerens indbyggede A/D-konverter, for at kunne foretage den digitale databehandling, så strain kan udlæses på et display.

En overordnet blokopdeling af det analoge og digitale kredsløb ses på figuren herunder:

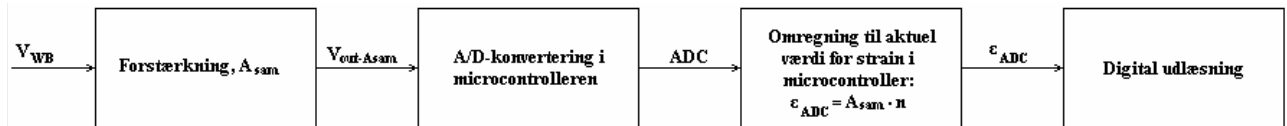


Diagram 5.1: Overordnet blokdiagram over analogt og digitalt kredsløb.

Bjælkens maksimale nedbøjning, er ca. 4mm , og det forventede udgangssignal fra Wheatstone-broen kan i dette tilfælde beregnes til ca. $2,5\text{mV}$, ud fra formel (4.26) og (5.3). Da den anvendte microcontroller²², ved anvendelse af dens interne reference, A/D-konverterer signaler i området $0 - 2,56\text{V}$, skal signalet forstærkes ca. 1000 gange, for at udnytte hele A/D-konverterings-området, da dette giver den største opløsning.

Efter A/D-konverteringen, skal den digitale værdi omregnes til strain, ud fra formel (5.3). Eftersom microcontrollerens multiplikationsinstruktion kun kan multiplicere med hele tal, vælger gruppen at bestemme et passende heltal til multiplikationen og derefter bestemme den analoge forstærkning, da denne kan indstilles herefter.

Heltallet, n , og den samlede analoge forstærkning, A_{sam} , bliver bestemt på følgende måde.

Når bjælken nedbøjes 2mm , er den forventede strain ca. på $\epsilon_{2\text{mm}} = 2 \cdot 10^{-4}$, som bestemmes ud fra formel (4.26). Dette medfører at udgangssignalet fra Wheatstone-broen, V_{WB} , ved denne nedbøjning, ud fra formel (5.3), kan beregnes til:

$$\begin{aligned} V_{WB-2\text{mm}} &= V_{ex} \cdot Gf \cdot \epsilon_{2\text{mm}} && \Rightarrow \\ V_{WB-2\text{mm}} &= V_{ex} \cdot Gf \cdot 2 \cdot 10^{-4} && (5.4) \end{aligned}$$

Udgangssignalet efter den samlede forstærkning, $V_{out-Asam}$, vil derfor være:

$$V_{out-Asam-2\text{mm}} = V_{WB-2\text{mm}} \cdot A_{sam} = V_{ex} \cdot Gf \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot A_{sam} \quad (5.5)$$

Dette signal tilkøbes microcontrollerens A/D-konverter. Når microcontrolleren A/D-konverterer, med 10-bits opløsning, vil den opnåede værdi, ADC , kunne beregnes med følgende formel:

$$ADC = \frac{V_{IN} \cdot 1024}{V_{REF}} \quad (5.6)^{23}$$

Hvor V_{IN} er indgangssignalet til A/D-konverteren, der i dette tilfælde er udgangssignalet fra den samlede forstærkning, $V_{out-Asam}$, og V_{REF} er den interne referencespænding i A/D-konverteren, på $2,56\text{V}$. Hermed bliver (5.6) altså:

²² ATmega8 – Yderligere begrundelse for valg af denne microcontroller findes i afsnittet 'Dimensionering af digitalt kredsløb'.

²³ Datablad for ATmega8 – Side 205

$$ADC = \frac{Gf \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot V_{ex} \cdot A_{sam} \cdot 1024}{2,56V} \quad (5.7)$$

Indsættes gauge-faktoren for de anvendte strain-gauges, $Gf = 2,02$, den samlede forstærkning, $A_{sam} = 1000$, og Wheatstone-broens eksitationssspændingen²⁴, $V_{ex} = 3,3V$, fås ADC dermed til:

$$ADC_{2mm} = \frac{2,02 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 3,3V \cdot 1000 \cdot 1024}{2,56V} \cong 533$$

Følgende beregning skal derfor foretages i microcontrolleren for at kunne udlæse den aktuelle strain:

$$\varepsilon_{ADC} = ADC \cdot \frac{\varepsilon_{2mm}}{ADC_{2mm}} = ADC \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{533} \approx ADC \cdot 3,752 \cdot 10^{-7} \quad (5.8)^{25}$$

Det betyder altså at n skal have værdien 3,752, men da dette ikke er et heltal, vælger gruppen $n = 4$, idet forstærkningen så kan dimensioneres herefter.

Med dette heltal skal ADC_{2mm} ud fra (5.8) altså være:

$$\frac{\varepsilon_{2mm}}{ADC_{2mm}} = n \cdot 10^{-7} \quad (5.9) \Rightarrow$$

$$ADC_{2mm} = \frac{\varepsilon_{2mm}}{n \cdot 10^{-7}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-7}} = 500$$

Som indsættes i (5.7), hvormed den samlede forstærkning, A_{sam} , kan bestemmes til:

$$500 = \frac{Gf \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot V_{ex} \cdot A_{sam} \cdot 1024}{2,56V} \quad \Leftrightarrow$$

$$A_{sam} = \frac{6250V}{Gf \cdot V_{ex}} \quad (5.10) \Rightarrow$$

$$A_{sam} = \frac{6250V}{2,02 \cdot 3,3V} \approx 938 \quad (5.11)$$

Instrumenteringsforstærkeren AD620 kan forstærke indgangssignalet op til 1000 gange, og selvom den ønskede forstærkning ligger på 938, er der alligevel valgt 2-trins forstærkning, med en forstærkning i første trin på $A_1 = 200$, og en forstærkning i anden trin på $A_2 \approx 4,7$, som vist på blokdiagrammet herunder:

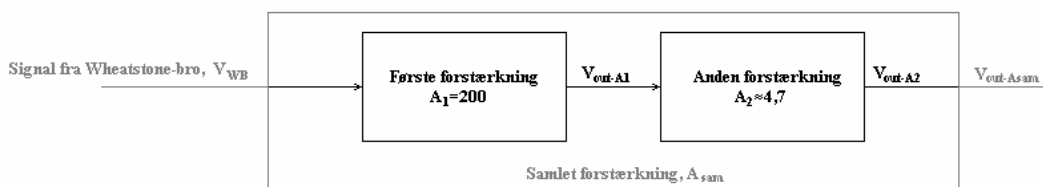


Diagram 5.2: Blokdiagram over forstærkning

Forstærkningen, G , for AD620, styres med en forstærkningsmodstand, R_G , som bestemmes med:

$$R_G = \frac{49,4k\Omega}{G - 1} \quad (5.12)^{26}$$

²⁴ Valg af eksitationssspænding er beskrevet i afsnit 5.3.2.

²⁵ De 10^{-7} er blot en faktor som kan tilskrives når strain udlæses. For eksempel kan udlæses: $\varepsilon_{ADC} E - 7$

Det er en fordel at bruge to trin, da der er mulighed for en mere nøjagtig justering af forstærkningen. Dette skyldes at der ved mindre forstærkninger på baggrund af formel (5.12) skal anvendes større forstærkningsmodstande, og ved at benytte større modstande mindskes betydningen af instrumentfejl under kalibreringen af forstærkningen. Samtidig mindskes forstærkningsfejlen med en mindre forstærkning²⁷.

Det forventes at der vil være en ubalance i Wheatstone-broen, hvilket resulterer i at der vil være en offsetfejl på udgangssignalet fra denne, V_{WB} , og der vil desuden også ligge en offsetfejl i de to instrumenteringsforstærkere. Denne samlede offsetfejl vælger gruppen at bortjustere i det første forstærkertrin, ved hjælp af denne instrumenteringsforstærkers referenceben.

Da offsetfejlen fra Wheatstone-broen er meget lille, er det derfor en fordel at forstærke det fejlbehæftede signal meget i det første forstærkertrin, da referencespændingen, som skal tilkobles denne forstærker, derfor ikke skal være meget lille. Derfor sættes A_1 til 200.

Da offsetfejlen både kan være positiv og negativ, skal referencespændingen til første instrumenteringsforstærker ligeledes være en dual størrelse. Derfor benyttes en spændingsdeler, der er forbundet til den positive og den negative forsyning, og to potentiometre til at justere referencespændingen. Der anvendes desuden en buffer på referencespændingen, bygget omkring en operationsforstærker, $\mu A741$, eftersom referencen på AD620 skal være lavimpedant.

På diagrammet herunder ses det analoge kredsløb, hvor de to forstærkningstrin er konstrueret på baggrund af ovenstående dimensionering:

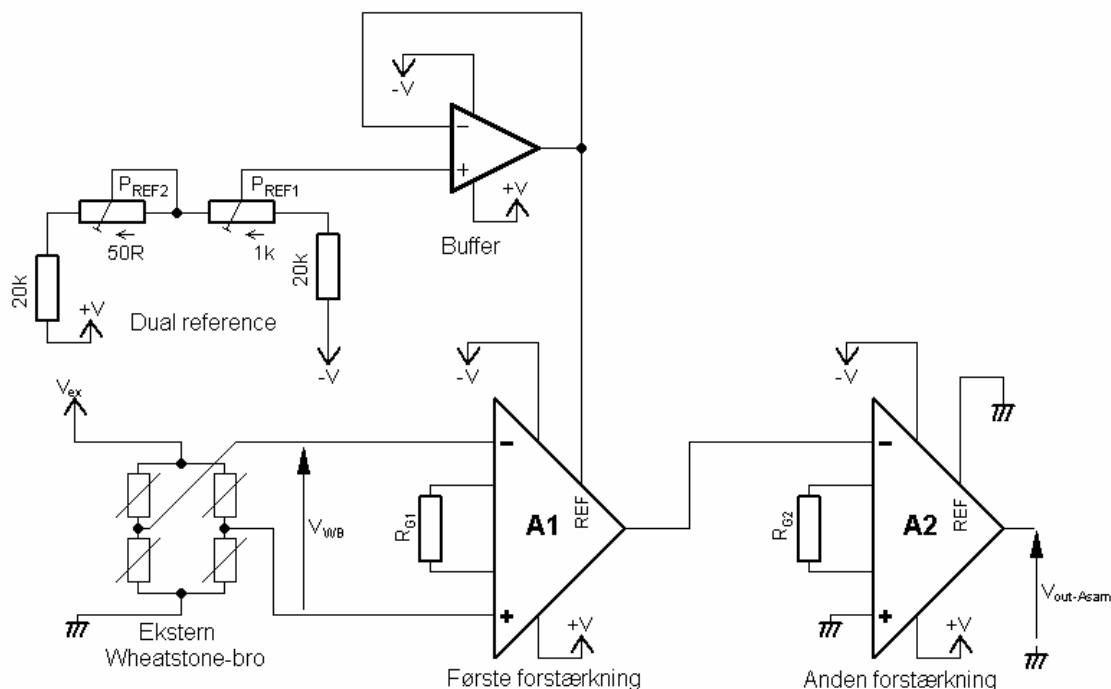


Diagram 5.3: Analogt kredsløb.

Det endelige diagram samt styklister for det analoge kredsløb findes på bilag 5. Printudlæg og komponentplacering kan desuden forefindes på den vedlagte CD.

For at finde forstærkningsmodstanden, R_{G1} , til A_1 , benyttes formel (5.12):

$$R_{G1} = \frac{49,4k\Omega}{A_1 - 1} = \frac{49,4k\Omega}{200 - 1} = 248,2\Omega$$

²⁶ Datablad for AD620 – Side 13.

²⁷ Datablad for AD620 – Side 2, (gain error)

Her vælges en modstand fra E96-rækken på 249Ω , med en tolerance på 1 %. Hermed bliver den maksimale og minimale forstærkning ved indsættelse af denne modstandsværdi i (5.12):

$$A_{1-\min} = \frac{49,4k\Omega}{R_{G1} \cdot 99\%} + 1 = \frac{49,4k\Omega}{249\Omega \cdot 99\%} + 1 \approx 197,4$$

$$A_{1-\max} = \frac{49,4k\Omega}{R_{G1} \cdot 101\%} + 1 = \frac{49,4k\Omega}{249\Omega \cdot 101\%} + 1 \approx 201,4$$

Forstærkningen ved det andet forstærkningstrin kan nu bestemmes ved:

$$A_2 = \frac{A_{sam}}{A_1} \quad (5.13)$$

Og indsættes denne i (5.12) fås dennes forstærkningsmodstand maksimalt og minimalt til:

$$R_{G2-\min} = \frac{49,4k\Omega}{\frac{A_{sam}}{A_1} - 1} = \frac{49,4k\Omega}{\frac{938}{197,4} - 1} \approx 13,17k\Omega$$

$$R_{G2-\max} = \frac{49,4k\Omega}{\frac{A_{sam}}{A_1} - 1} = \frac{49,4k\Omega}{\frac{938}{201,4} - 1} \approx 13,52k\Omega$$

Der indsættes derfor en modstand på $13k\Omega$ fra E96-rækken og et potentiometer på $1k\Omega$ som forstærkningsmodstand, hvormed forstærkningen senere kan indstilles.

5.3.2 Forsyninger til analogt kredsløb

For at sikre en stabil forsyning til Wheatstone-broen benyttes en separat spændingsregulator til denne. Da strain-gaugene i Wheatstone-broen maksimalt kan klare $+4V$, vælges der $V_{ex} = 3,3V$ da større spændingsregulatorer ikke lagerføres i komponentlager, og gruppen kan opnå det ønskede med denne,

Til positiv forsyning af instrumenteringsforstærkerne vælges $V_+ = +5V$ da den maksimale forstærkede spænding ved det sidste forstærkningstrin er ca. $2,5V$.

Til negativ forsyning af instrumenteringsforstærkerne vælges $V_- = -5V$, da den samlede offsetfejl er en dual størrelse, er det nødvendigt at vælge en negativ forsyning til instrumenteringsforstærkerne for at det bliver muligt at bortjustere offsetfejlen. Desuden skal den negative forsyning til instrumenteringsforstærkerne mindst være $1,6V$ under referencespændingen²⁸.

5.3.3 Indstilling af analogt kredsløb

For at opnå den ønskede forstærkning indstilles det analoge kredsløb efter følgende fremgangsmåde:

1. V_{ex} og R_{G1} måles med et multimeter²⁹.
2. Den samlede forstærkning A_{sam} bestemmes ved at indsætte formel (1.54), og A_1 bestemmes ved at indsætte R_{G1} i formel (5.12).
3. R_{G2} bestemmes som $R_{G2} = \frac{49,4k\Omega}{\frac{A_{sam}}{A_1} - 1}$, og ved at indstille potentiometeret, opnås den nøjagtige forstærkning.
4. Offset justeres ved at måle udgangsspændingen fra forstærkningen, $V_{out-Asam}$, med et multimeter, når bjælken ikke påvirkes af nogen kraft, og kan så nul-justeres med potentiometrene, P_{ref1} og P_{ref2} , på den duale reference.

²⁸ Datablad for AD620 – Side 3.

²⁹ TTI 1604 40000, Count Digital Multimeter

5.4 Kontrol af strain-gauge-måling

For at kontrollere, at de monterede strain-gauges måler korrekt, skal der foretages en kontrol af strain-gauge-målingerne ud fra en direkte måling af bjælkens deformation.

Som det fremgår af formel (4.26), er der en lineær sammenhæng mellem bjælkens nedbøjning, u_L og det strain, ε , som strain-gaugene måler på bjælken. Derfor kan strain-gaugene kontrolleres ved at måle ændringen i strain, $\Delta\varepsilon_{\text{målt}}$, og den direkte ændring i nedbøjningen, $\Delta u_{L-\text{målt}}$. På baggrund af den målte ændring i strain, kan størrelsen af ændringen af nedbøjningen, $\Delta u_{L-\text{beregnet}}$, derefter beregnes og sammenlignes med den målte nedbøjning.

5.4.1 Begrundelse for valg af målemetode af nedbøjning

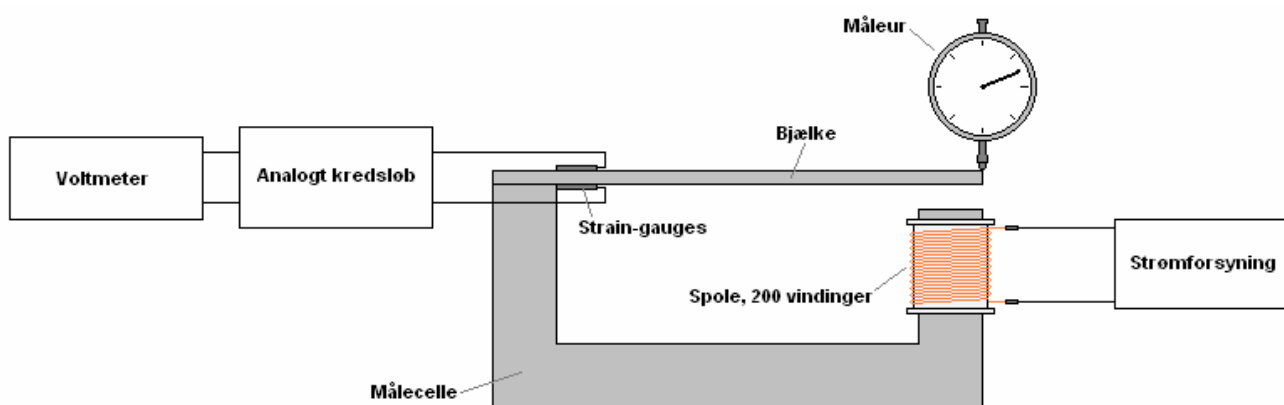
Til den direkte måling af bjælkens deformation har gruppen valgt at benytte et Diesella Måleur, da dette måleur har en oplyst præcision på $0,01\text{mm}$, hvilket gør målingen mere troværdig. Denne præcision vurderer gruppen som tilstrækkelig for at måle de små deformationer på maksimalt 2mm , som bjælken udsættes for.

Desuden er det muligt at fastgøre måleuret på et stativ, hvormed måleuret kan placeres på enden af bjælken.

5.4.2 Fremgangsmåde for forsøg med kontrol af strain-gauge-målinger

Fremgangsmåden for kontrol af strain-gauge-målingerne er beskrevet herunder. Forsøgsopstillingen ses på figur 5.2.

1. Det analoge kredsløb kalibreres som beskrevet i afsnit 5.3.3.
2. Det analoge kredsløb kobles til strain-gaugene, og et voltmeter³⁰ kobles til at måle udgangsspændingen fra den samlede forstærkning, $V_{\text{out-Asam}}$.
3. En strømforsyning³¹ kobles til spolen med de 200 vindinger.
4. Måleuret³² spændes op i et stativ, placeres på enden af bjælken, som illustreret på figur 5.2.
5. Måleuret nulstilles.
6. Da måleuret presser ned på bjælken vil bjælken blive udsat for en lille deformation. Værdien fra voltmeteret, $V_{\text{out-Asam-1}}$, noteres.
7. Strømmen igennem spolen forøges, hvormed nedbøjningen af bjælken bliver større.
8. Værdien på måleuret, $\Delta u_{L-\text{målt}}$, og voltmeteret, $V_{\text{out-Asam-2}}$, noteres.
9. Punkt 7 og 8 gentages herefter med en anden nedbøjning.



Figur 5.2: Forsøgsopstilling til kontrol af strain-gauges.

³⁰ TTi 1604 40000 Count Digital Multimeter

³¹ DC Power Supply GP-4303D

³² Diesella Måleur (Opløsning: 0.01mm, på 0-10mm)

5.4.3 Måledata fra kontrolmåling af strain-gauges

Tabellen herunder viser måledata fra kontrolmålingen af strain-gaugene:

Udgangssignal ved 1. nedbøjning, $V_{out-Asam-1}$:	Udgangssignal ved 2. nedbøjning, $V_{out-Asam-2}$:	Målt ændring i nedbøjning, $\Delta u_{L-Målt}$:
0,0884V	0,4923V	0,0005m
0,0884V	0,3750V	0,0007m

Table 5.3: Måleresultater fra kontrolmåling.

Databehandling for kontrolmåling af strain-gauges

For at beregne ændringen i deformationen, $\Delta u_{L-beregnet}$, ud fra ændringen i udgangssignalet fra forstærkningen, omregnes dette først til en ændring i strain, ved hjælp af formel (5.3):

$$\Delta V_{WB} = \frac{\Delta V_{out-sam}}{A_{sam}} = V_{ex} \cdot Gf \cdot \Delta \epsilon \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta \epsilon = \frac{\Delta V_{out-sam}}{A_{sam} \cdot V_{ex} \cdot Gf} \quad (5.14)$$

Og ændringen i nedbøjningen beregnes ved formel (4.26):

$$u_L = -\frac{a^2 \cdot \epsilon}{3 \cdot h \cdot d} \cdot (3L - a) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta u_{L-Beregnet} = -\frac{a^2 \cdot \Delta \epsilon}{3 \cdot h \cdot d} \cdot (3L - a)$$

Beregningerne er indsat i tabellen herunder:

Ændring i strain, $\Delta \epsilon$:	Beregnet ændring i nedbøjning, $\Delta u_{L-Beregnet}$:	Målt ændring i nedbøjning, $\Delta u_{L-Målt}$:
$45,9 \cdot 10^{-6}$	0,52mm	0,50mm
$64,6 \cdot 10^{-6}$	0,74mm	0,70mm

Table 5.4: Målt nedbøjning og beregnet nedbøjning ud fra den målte strain.

5.4.4 Samlet vurdering af kontrolmåling

Som det ses i tabel 5.4 er den målte og den beregnede værdi for nedbøjningen næsten i overensstemmelse.

Det antages, at den direkte målte værdi af nedbøjningen er korrekt og derfor må fejlen skyldes strain-gaugene, det analoge kredsløb samt nøjagtigheden af dimensionerne på den fremstillede målecelle. Strain-gaugene har en tolerance på 1 %, mens de anvendte forstærkere har en forstærkningsfejl³³ og en kalibreringsfejl³⁴.

Da kontrolmålingen og strain-gauge-målingen næsten er i overensstemmelse, kan målemetoden med strain-gaugene antages korrekt, og den målte strain kan derfor benyttes til at beregne en korrekt værdi for bjælkens elasticitetskoefficient.

Som det kan ses af kontrolmålingen er den målte strain en smule for høj, da den beregnede nedbøjning er større end den målte. Det betyder, at den beregnede elasticitetskoefficient kan blive en smule for lav, idet elasticitetskoefficienten er proportional med den reciproke værdi af strain.

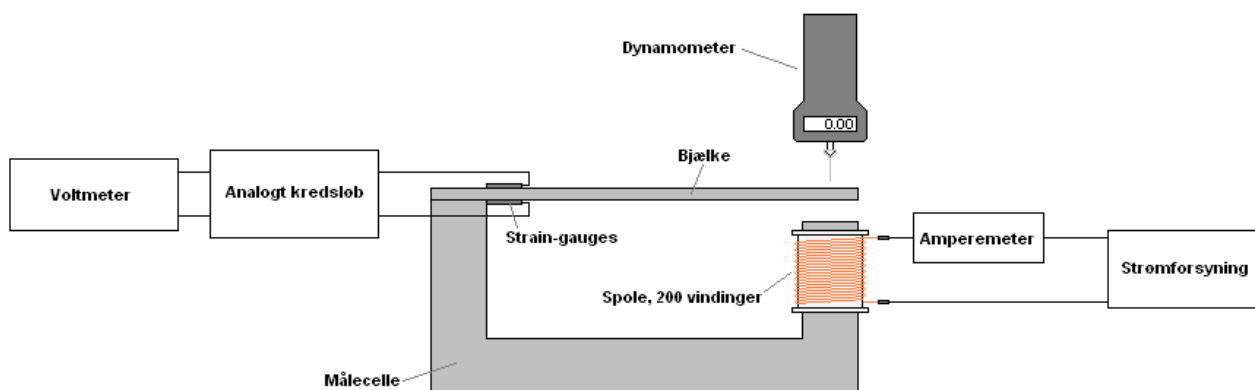
³³ Forstærkningsfejlen ved en forstærkning på $G = 1$ er maksimal på 0,1 %, ved $G = 100$ maksimal på 0,3 % og ved $G = 1000$ maksimal på 0,7 % - Datablad for AD620 – Side 3.

³⁴ Kalibreringsfejl opstår i forbindelse med indstillingen af forstærkningsmodstande og offset, som beskrevet i afsnit 5.3.3.

5.5 Fremgangsmåde for statisk måling

Fremgangsmåden for den statiske måling af elasticitetskoefficienten bliver gennemgået herunder. Forsøgsopstillingen ses på figur 5.3:

1. Det analoge kredsløb kalibreres som beskrevet i afsnit 5.3.3.
2. Det analoge kredsløb kobles til strain-gaugene, og et voltmeter³⁵ kobles til at måle udgangsspændingen fra den samlede forstærkning, $V_{out-Asam}$.
3. En strømforsyning³⁶ kobles til spolen med de 200 vindinger og et amperemeter³⁷ indsættes herimellem for at måle strømmen.
4. Strømmen igennem spolen forøges, hvormed bjælken nedbøjes.
5. Udgangsspændingen fra forstærkningen, $V_{out-Asam}$, og strømmen i spolen, I_{spole} , aflæses nu på henholdsvis voltmeteret og amperemeteret.
6. Det elektroniske dynamometer³⁸ spændes op i et stativ, som placeres på et saksebord og dynamometeret forbindes til bjælken i det punkt, hvor kraften antages at påvirke bjælken, altså i midten af luftgabets.
7. Dynamometeret nulstilles.
8. Dynamometeret hæves ved hjælp af saksebordet indtil at udgangsspændingen fra forstærkningen, som aflæses på voltmeteret, er $0V$, og bjælken er dermed blevet bragt tilbage i sin udgangsposition. Kraften, $F_{målt}$, aflæses nu på dynamometeret.
9. Dynamometeret fjernes herefter fra bjælken, og forsøget gentages derefter fra punkt 4, med andre værdier af strømmen I_{spole} og dermed andre størrelser af deformationer.



Figur 5.3: Forsøgsopstilling til statisk måling af elasticitetskoefficient.

5.6 Måledata fra statisk måling

I dette afsnit vil de måledata som blev aflæst ved det statiske forsøg blive præsenteret.

I nedenstående tabel er angivet de fysiske mål på målecellen, samt målingerne på det elektriske kredsløb:

Fysiske størrelser:		Elektriske størrelser:	
Størrelse på luftgab, x :	0,004m	Ekscitationsspænding, V_{ex} :	3,287V
Fuld længde på bjælke, L :	0,228m	Strain-gauge-faktor, GF :	2,02
Bredde på bjælke, b :	0,03m	Forstærkning, A_{sam} :	940
Højde på bjælke, h :	0,003m	Antal vindinger på spole, N :	200
Tværsnitsareal af luftgab, $A_{luftgab}$:	0,00066m ²	Tabelværdi for elasticitetskoefficient, E :	21 · 10 ¹⁰ Pa
Afstand fra strainmåling til kraft, a :	0,217m	Vakuumpermeabilitet, μ_0 :	4π · 10 ⁻⁷ $\frac{H}{m}$

Tabel 5.5: De fysiske og elektriske størrelser fra måleopstillingen, som benyttes til beregning af elasticitetskoefficient.

³⁵ TTi 1604 40000 Count Digital Multimeter

³⁶ DC Power Supply GP-4303D

³⁷ TTi 1604 40000 Count Digital Multimeter

³⁸ Elektronisk dynamometer L836221

Der blev i alt foretaget seks målinger, og resultaterne fra disse er angivet i tabellen herunder:

Måling	Strøm i spole, I_{spole} :	Spænding fra wheatstonebro, efter forstærkning, V_{out-f} :	Målt kraft, $F_{m\ddot{a}lt}$:
1	0,5A	0,0363V	0,27N
2	1,0A	0,0939V	0,73N
3	1,5A	0,1917V	1,43N
4	2,0A	0,3308V	2,44N
5	2,5A	0,5248V	3,42N
6	2,6A	0,5754V	3,67N

Tabel 5.6: Målte data fra det statiske forsøg.

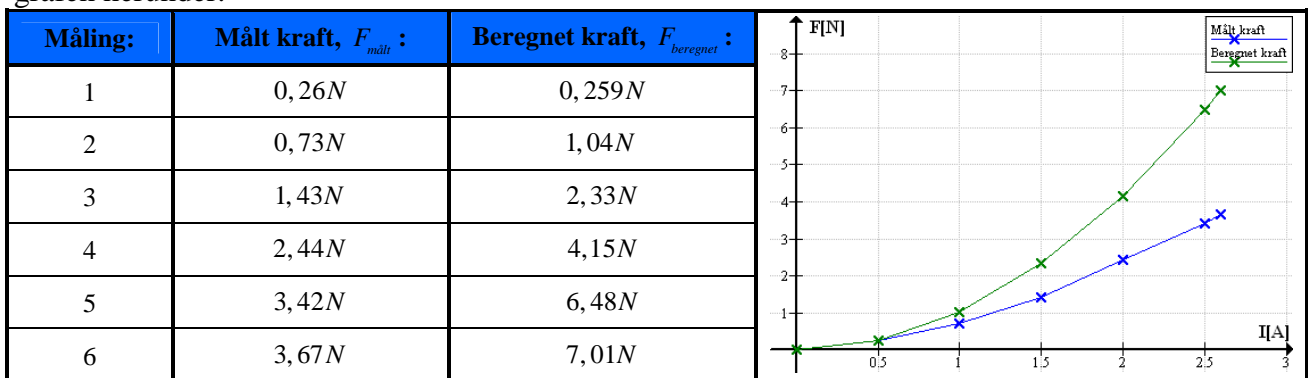
5.7 Databehandling for statistisk måling

I dette afsnit vil de målte data fra det statiske forsøg med måling af elasticitetskoefficienten blive behandlet. Først vil kraftpåvirkningen fra spolen blive beregnet ud fra strømmen igennem denne, og derefter vil elasticitetskoefficienten for bjælken blive beregnet ud fra den beregnede og den målte kraftpåvirkning.

Kraften fra spolen beregnes ved hjælp af formel (4.38):

$$|F_{beregnet}| = \frac{1}{2} (N \cdot I)^2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot A_{luftgab}}{x^2}$$

Og denne er beregnet for de seks målinger, og indsat sammen med den målte kraft, i tabellen og grafen herunder:



Tabel 5.7: Den beregnede kraft ved det statiske forsøg, sammenlignet med den målte.

Herefter kan den aktuelle strain beregnes igen ved hjælp af formel (5.14):

$$\varepsilon = \frac{V_{out-sam}}{A_{sam} \cdot V_{ex} \cdot Gf}$$

Ved at indsætte den beregnede strain samt værdien for kraften kan elasticitetskoefficienten for bjælken beregnes ud fra formel (4.15):

$$E = \frac{6 \cdot F \cdot d}{\varepsilon \cdot b \cdot h^2}$$

Det beregnede strain, samt værdien for elasticitetskoefficienten, beregnet med henholdsvis den målte og den beregnede kraft for de seks målinger er indsat i tabellen herunder:

Måling:	Beregnet strain, ε :	Elasticitetskoefficienten med målt kraft:	Elasticitetskoefficienten med beregnet kraft:
1	$5,81 \cdot 10^{-6}$	$21,28 \cdot 10^{10} Pa$	$21,22 \cdot 10^{10} Pa$
2	$15,0 \cdot 10^{-6}$	$23,10 \cdot 10^{10} Pa$	$32,81 \cdot 10^{10} Pa$
3	$30,7 \cdot 10^{-6}$	$22,16 \cdot 10^{10} Pa$	$36,17 \cdot 10^{10} Pa$
4	$52,9 \cdot 10^{-6}$	$21,91 \cdot 10^{10} Pa$	$37,26 \cdot 10^{10} Pa$
5	$84,0 \cdot 10^{-6}$	$19,36 \cdot 10^{10} Pa$	$36,70 \cdot 10^{10} Pa$
6	$92,1 \cdot 10^{-6}$	$18,95 \cdot 10^{10} Pa$	$36,20 \cdot 10^{10} Pa$
Gennemsnit:		$21,13 \cdot 10^{10} Pa$	$33,39 \cdot 10^{10} Pa$

Tabel 5.8: Resultater fra det dynamiske forsøg.

5.8 Konklusion på statisk måling

Ved det statiske forsøg blev der bestemt to værdier for elasticitetskoefficienten; en med en målt kraft og en med en kraft beregnet ud fra den strøm, som blev sendt igennem spolen. Indbyrdes afviger disse to værdier utroligt meget fra hinanden, da de to værdier for kraften, som det kan ses af tabel 5.7, har stor afvigelse.

I teorien er der ikke taget højde for fluxfringing eller fluxspredning, derfor er den beregnede kraft behæftet med stor usikkerhed, og værdien for denne ligger som forventet, over den målte værdi. Det ses desuden at ved små strømme igennem spolen, er den beregnede kraft næsten lig med den målte, og at fluxfringingen og fluxspredningen får større betydning i takt med at strømmen øges, hvilket betyder at afvigelserne ligeledes bliver større. Da den beregnede kraft er behæftet med disse usikkerheder, vælger gruppen derfor at bortkaste de værdier for elasticitetskoefficienten, som er bestemt ud fra den beregnede kraft, da disse ikke kan antages korrekte.

Ses der herefter på de værdier af elasticitetskoefficienten, som er bestemt med den målte kraft, ligger gennemsnittet af disse på $21,13 \cdot 10^{10} Pa$, som må siges at være meget tæt på tabelværdien, $21 \cdot 10^{10} Pa$. Det kan derfor konkluderes at den statiske målemetode, kan benyttes til bestemmelse af elasticitetskoefficienten.

Indbyrdes varierer afvigelserne af de målte værdier af elasticitetskoefficienten fra $-2,05 \cdot 10^{10} Pa$ til $2,10 \cdot 10^{10} Pa$, så de statiske målinger er ikke så entydige, og det vil derfor være nødvendigt at foretage en serie af målinger, for at kunne bestemme en nøjagtig værdi af elasticitetskoefficienten. De afvigelser, som optræder, kan skyldes flere parametre. Afvigelserne kan dels tilskrives strain-målingen med strain-gaugene, som på baggrund af kontrolmålingen må forventes at være en anelse for høj, hvilket betyder at elasticitetskoefficienten bliver en anelse for lav. Derudover vil måleusikkerheder i forbindelse med målingen af den påtrykte kraft og nøjagtigheden på dimensionerne på målecellen ligeledes bidrage til en afvigelse.

6 Digital udlæsning til statistisk måling

Ved den statistiske måling skal der foretages en digital udlæsning af data fra målingen. Denne digitale udlæsning skal foregå ved at anvende en microcontroller, som skal programmeres til at udskrive dataet på et display. I dette kapitel vil den digitale udlæsning blive gennemgået, ved først at bestemme hvilke data fra den statistiske måling der skal udlæses, hvorefter det digitale kredsløb vil blive dimensioneret. Derefter vil programmeringen af microcontrolleren blive beskrevet og hele kredsløbet vil til sidst blive afprøvet.

6.1 Begrundelse for valg af data der udlæses

Det er fra projektoplæggets side ikke nærmere bestemt, hvilke data der skal udlæses, og gruppen har derfor flere muligheder.

Ved det statistiske forsøg måles strain på bjælken ved hjælp af strain-gauges, idet bjælken påvirkes af en kraft fra en spole, hvor der løber en strøm igennem. Der er derfor muligt både at udlæse den aktuelle strain, den aktuelle kraft ud fra strømmen, samt elasticitetskoefficienten for bjælken, hvis strain og kraften kendes. For at kunne udlæse den aktuelle kraft, som bjælken påvirkes med er det nødvendigt at foretage en strøm-til-spændingskonvertering af strømmen, da microcontrollerens indbyggede A/D-konverter kun kan konvertere spændinger. Udlæsning af den aktuelle strain vil derimod være mere ligetil, idet spændingen fra Wheatstone-broen i forvejen forstærkes, og denne kan tilkobles microcontrollerens A/D-konverter. Desuden er det muligt at dimensionere forstærkningen af signalet fra Wheatstone-broen, så programmeringen af microcontrolleren simplificeres, som beskrevet i afsnit 5.3.

Da det primære mål med projektet er at foretage målinger af henholdsvis elasticitetskoefficienten og den relative permeabilitet for blødt jern, og ikke at foretage en omfattende digital udlæsning, vælger gruppen kun at udlæse den aktuelle strain.

6.2 Valg af microcontroller og display

Microcontrolleren af typen ATmega8 er valgt, da gruppen har faglig kompetence³⁹ til at benytte denne microcontroller og da den tilfredsstillende opfylder de krav som der er stillet: den kan konvertere et analogt signal til en digital værdi ved hjælp af dens indbyggede A/D-konverter. Desuden har denne type microcontroller flere digitale porte, hvilket muliggør kommunikationen med display og brænder⁴⁰.

Fra projektoplæggets side er det fastlagt at der skal benyttes et display til den digitale udlæsning, men det er ikke fastlagt hvilken form for display der skal benyttes.

Til udlæsning af strain, vælger gruppen at benytte et LCD-display, da dette giver mulighed for at vise både tekst og tal.

Der benyttes et 14-bens 16×2 karakter LCD-display af typen LM016L, som følger HD44780 standarden⁴¹, da dette lagerføres som standard på Det Tekniske Fakultet. Skal den på CD'en vedlagte assemblerkode kunne benyttes, skal der anvendes et LCD-display af samme standard.

6.3 Opbygning af digitalt kredsløb

I dette afsnit beskrives hvordan det digitale kredsløb er opbygget.

Microcontrollerens funktion i kredsløbet er at konvertere det analoge signal fra den samlede forstærkning, $V_{out-Asam}$, til en digital værdi, ACD , ved anvendelse af dens indbyggede 10-bits A/D-konverter. Microcontrolleren multiplicerer herefter ACD med 4, hvormed den aktuelle værdi for strain, ϵ_{ADC} opnås, og denne værdi udlæses derefter til displayet.

³⁹ ATmega8 blev anvendt i faget 'Digitalteknik – Microcontrollere' for robotteknologi, 2.semester

⁴⁰ Der anvendes en brænder af typen AVR-ISP.

⁴¹ Denne standard benyttes af de fleste LCD-display, og fortæller om hvordan LCD-displayet programmeres.

Ved udlæsningen til LCD-displayet anvendes 3 ben på microcontrolleren til at styre kommunikationen med displayet og en 8-bit databus til overførsel af data. Microcontrolleren, ATmega8⁴², skal forsynes med 4,5–5,5V, og LCD-displayet⁴³ skal forsynes med 5V. Derfor vælger gruppen at forsyne det digitale kredsløb med 5V. Der laves desuden separat analogt og digitalt stel, som kun forbindes ved A/D-konverteren, for at undgå at strømmen fra det analoge kredsløb løber igennem det digitale kredsløb, hvilket kan medføre forstyrrelser.

På diagrammet herunder er opbygningen af det digitale kredsløb illustreret:

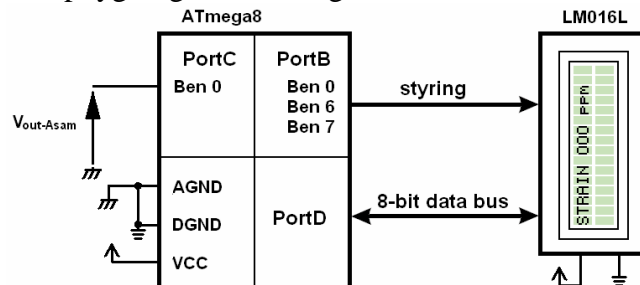


Diagram 6.1: Opbygningen af det digitale kredsløb.

Diagram over kredsløbet findes desuden på bilag 5.

6.4 Programmering af microcontroller

Det sekventielle program, som microcontrolleren udfører, kan opdeles i to dele: opstartsprogrammet (init) og hovedprogrammet. Hovedprogrammet adskiller sig fra opstartsprogrammet ved at hovedprogrammet kører i en løkke mens opstartsprogrammet kun køres én gang ved opstart. I opstartsprogrammet opsættes A/D-konverteren og LCD-displayet. I hovedprogrammet udregnes og udlæses strain kontinuert.

Den maksimale strain-værdi der kan optræde ved A/D-konverteringen, $\varepsilon_{ADC-max}$, kan ud fra formel (5.9), hvor ADC_{max} ⁴⁴ sættes til 1023, beregnes til:

$$\varepsilon_{ADC-max} = ADC_{max} \cdot n \cdot 10^{-7} = 1023 \cdot 4 \cdot 10^{-7} \cong 409 \cdot 10^{-6}$$

På baggrund af denne værdi, har gruppen valgt at udlæse strain, som vist på diagram 6.1.

Herunder følger en flowdiagram af programmet, og en kort beskrivelse til nogle bokse:

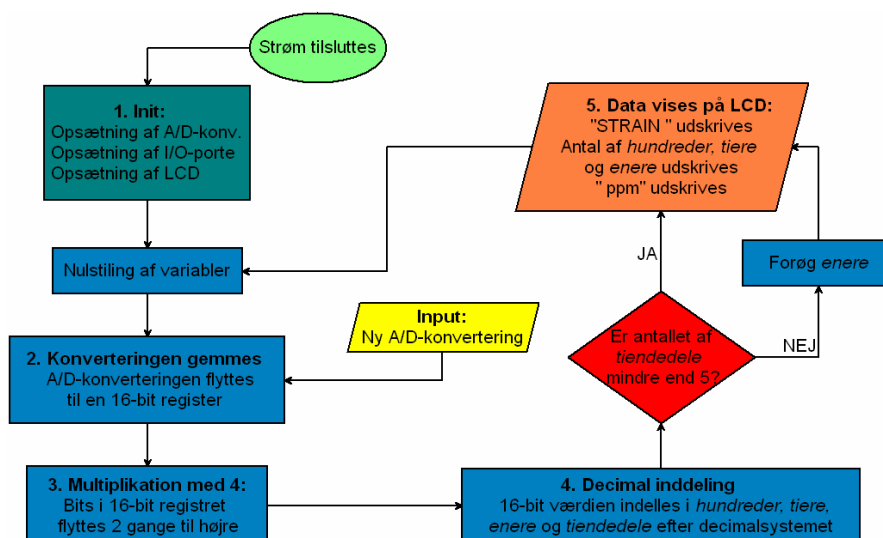


Diagram 6.2: Flowdiagram over assemblerkoden.

⁴² Datablad for ATmega8 – Side 1

⁴³ Datablad for LM016L – Side 1

⁴⁴ Den maksimale værdi for ADC der kan opnås med 10-bits konvertering. Datablad for ATmega8 – Side 197

Og de enkelte trin i programmeringen er beskrevet i tabellen herunder:

1. Init:	
Opsætning af A/D-konverter:	Microcontrollerens A/D-konverter indstilles til at konvertere det forstærkede signal, $V_{out-Asam}$, som er tilkøbet det analoge ben 0 på PortC. A/D-konverteren indstilles til "Free-run", dermed opdateres konverteringen automatisk. Reference-spændingen indstilles til $2,56V$. Konverteringen startes.
Opsætning af input-/output-porte:	Alle ben på PortD, samt ben 0, 6 og 7 på PortB opsættes til at være output. PortD benyttes som databus, og ben 0, 6 og 7 på PortB benyttes til at styre kommunikationen med LCD-display.
Opsætning af LCD-display	En række kommandoer sendes til LCD-display, blandt andet indstilles at databus mellem microcontrolleren og LCD-displayet består af 8 bits.
2. Konverteringen gemmes:	
Den digitale værdi fra AD-konverteren flyttes til et 16-bit register, for at der kan uføres matematiske operationer på denne værdi.	
3. Multiplikation med 4:	
Den digitale værdi multipliceres med $n = 4$, hvormed værdien for den aktuelle strain opnås, ϵ_{ADC} . Eftersom værdien er et binært tal, foregår multiplikationen i praksis ved at flytte alle bits i registret to gange til venstre.	
4. Decimal inddeling:	
Den binære værdi i 16-bit registret konverteres til en decimal værdi. For at finde antallet af hundreder, beregnes der, hvor mange gange 1000 kan trækkes fra 16-bit registret, uden at overflow optræder. På samme måde findes antallet af tiere, og enere.	
5. Data vises på LCD:	
Teksten udskrives på LCD-displayet, ét tegn ad gangen. Hvert tegn har en 8 bit kode, så i praksis sendes kodenummer til LCD-display, efterfulgt af en Enable-impuls, hvilket får LCD-displayet til at vise tegnet.	

Tabel 6.1: Gennemgang af assemblerkode.

6.5 Afprøvning af digital udlæsning

For at afprøve den digitale udlæsning blev det digitale kredsløb koblet til det analoge kredsløb under det statiske forsøg, hvormed den aktuelle strain-værdi dermed kunne aflæses.

Den aflæste strain-værdi, for de seks målinger, er vist i tabellen herunder, sammen med strain-værdien beregnet ud fra udgangsspændingen fra forstærkningen, $V_{out-Asam}$, fra tabel 5.8:

Måling:	Aflæst strain:	Beregnet strain:
1	$5 \cdot 10^{-6}$	$5,8 \cdot 10^{-6}$
2	$14 \cdot 10^{-6}$	$15,0 \cdot 10^{-6}$
3	$30 \cdot 10^{-6}$	$30,7 \cdot 10^{-6}$
4	$53 \cdot 10^{-6}$	$52,9 \cdot 10^{-6}$
5	$84 \cdot 10^{-6}$	$84,0 \cdot 10^{-6}$
6	$92 \cdot 10^{-6}$	$92,1 \cdot 10^{-6}$

Tabel 6.2: De udlæste og de beregnede strain-værdier fra kontrolmåling.

6.6 Konklusion på den digitale udlæsning

Den maksimale afvigelse ved udlæsning af strain på LCD-displayet er på $1 \cdot 10^{-6}$, og optræder ved de mindste strain-værdier. Den lille afvigelse kan dels skyldes afrundingen af strain i microcontrolleren i forhold til den beregnede værdi, og dels skyldes en ukorrekt aflæsning af strain-værdien på LCD-displayet, da denne værdi svingede en smule. Grunden til at den udlæste strain-værdi svinger en smule, skyldes sandsynligvis støj i kredsløbet, da det er meget små signaler der arbejdes med.

Dermed kan det konkluderes, at microcontrolleren med tilhørende LCD-display, kan benyttes til udlæsning af strain. Nøjagtigheden af denne udlæsning forøges med større strain-værdier, da støjen i kredsløbet får mindre betydning.

DYNAMISK MÅLING AF ELASTICITETSKOEFFICIENT

7 Teori for dynamisk måling af elasticitetskoefficient

Når en bjælke anslås vil den svinge med en række egenfrekvenser. Ved en dynamisk måling af elasticitetskoefficienten måles disse egenfrekvenser mens bjælken er i svingning. Ud fra denne frekvensmåling er det herefter muligt at bestemme bjælkens elasticitetskoefficient.

I dette kapitel vil der derfor blive undersøgt den dynamiske bevægelse af en vibrerende bjælke, og hvilke parametre der har indflydelse på bjælkens egenfrekvenser.

7.1 Bestemmelse af egenfrekvenser for stående bølger på en bjælke

I dette afsnit vil der blive bestemt et udtryk for en vibrerende bjælkes egenfrekvenser, som en funktion af elasticitetskoefficienten for den pågældende bjælke. Først i afsnittet vil en partiel differentiaalligning, som beskriver bjælkens position under vibrationen, blive bestemt, og denne differentiaalligning vil derefter blive løst for en bjælke som er indspændt i den ene ende og fri i den anden. Dette gøres med henblik på at bestemme denne bjælketypes egenfrekvenser.

For at kunne opskrive en differentiaalligning for bjælkens bevægelse, betragtes først et lille stykke af bjælken, δx , under vibrationen, som illustreret på figur 7.1.

De samlede kræfter der virker i y -retningen på dette bjælkestykke er dermed:

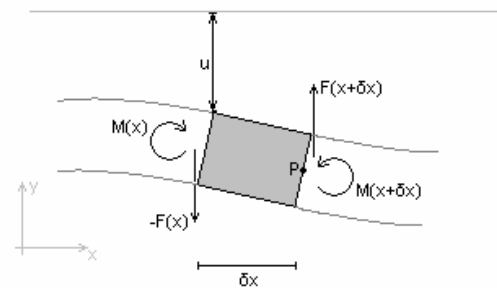
$$\sum F_y = F(x + \delta x) - F(x) = F_{res\ y} \quad (7.1)$$

hvor den resulterende kraft kan skrives som:

$$F_{res\ y} = m \cdot a$$

Her kan massen og accelerationen skrives som:

$$m = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \delta x \quad \wedge \quad a = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



Figur 7.1: Kraft- og momentpåvirkninger på bjælke i svingning.

Her er A arealet af tværsnittet, mens ρ er bjælkens densitet. Med disse indsat i (7.1) fås:

$$F(x + \delta x) - F(x) = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \delta x \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{F(x + \delta x) - F(x)}{\delta x} = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (7.2)$$

Betragtes nu herefter det samlede moment omkring punktet P , ses det, da det samlede moment kan antages til at være lig nul, at:

$$\sum M_p = M(x + \delta x) - M(x) + \delta x \cdot F(x) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$F(x) = -\frac{M(x + \delta x) - M(x)}{\delta x} \quad \Rightarrow$$

$$F(x) = -\frac{\partial M}{\partial x} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}$$

Som indsat i (7.2) giver:

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (7.3)$$

Herefter benyttes nu sammenhængen fra formel (4.11):

$$M(x) = E \cdot I_{tv} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = E \cdot I_{tv} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$$

Hvilket indsat i (7.3) giver:

$$-E \cdot I_{tv} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = A \cdot \rho_{materiale} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{E \cdot I_{tv}}{A \cdot \rho_{materiale}} \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \quad (7.4)$$

Hermed haves en partiel differentiaalligning, som beskriver bjælkens position under vibrationen.

For nu at løse denne differentiaalligning sættes for overblikkets skyld:

$$\frac{E \cdot I_{tv}}{A \cdot \rho_{materiale}} = c^2$$

Hvilket giver:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -c^2 \cdot \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$$

Det antages, at løsningen til differentiaalligningen kan skrives som:

$$u(x, t) = \phi(x) \cdot h(t) \quad (7.5)^{45}$$

Hvilket betyder at:

$$\frac{\partial^2 (h \cdot \phi)}{\partial t^2} = -c^2 \cdot \frac{\partial^4 (h \cdot \phi)}{\partial x^4}$$

$$\frac{d^2 h}{dt^2} \cdot \phi(x) = -c^2 \cdot \frac{d^4 \phi}{dx^4} \cdot h(t)$$

Da $\phi(x)$ kun er en funktion af x , og $h(t)$ kun er en funktion af t . Der kan nu benyttes separation af de variable, hvilket giver:

$$\frac{d^2 h}{dt^2} \cdot \phi(x) = -c^2 \cdot \frac{d^4 \phi}{dx^4} \cdot h(t) \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{h(t)} \cdot \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{1}{\phi(x)} \cdot \frac{d^4 \phi}{dx^4}$$

Det ses nu at idet venstresiden kun er afhængig af t , og højresiden kun er afhængig af x , må begge sider være lig en konstant, idet de to sider altid skal være lig hinanden.

⁴⁵ Kilde 9 – Side 541

Denne konstant sættes af bekvemmelighedsårsager til β^4 , altså:

$$-\frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{h(t)} \cdot \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{1}{\phi(x)} \cdot \frac{d^4 \phi}{dx^4} = \beta^4 \quad (7.6)$$

Betragtes nu først højresiden, fås en almindelig homogen 4. ordens differentiaalligning:

$$\frac{1}{\phi(x)} \cdot \frac{d^4 \phi}{dx^4} = \beta^4 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{d^4 \phi}{dx^4} - \beta^4 \cdot \phi(x) = 0$$

Og løsningen til denne differentiaalligning er:

$$\phi(x) = C_1 \cdot \sin(\beta x) + C_2 \cdot \cos(\beta x) + C_3 \cdot \sinh(\beta x) + C_4 \cdot \cosh(\beta x) \quad (7.7)^{46}$$

For herefter at bestemme størrelsen af konstanten β , benyttes fire randbetingelser for den bjælketype som vi her betragter. En bjælke, som illustreret på figur 7.2, der er indspændt i den ene ende og fri i den anden. De fire randbetingelser for denne bjælketype er oplyst i tabel 7.1, herunder:



Figur 7.2: Indspændt bjælke.

$u(0, t) = 0$	Ingen forskydning ved $x = 0$.
$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0$	Ingen hældning ved $x = 0$.
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(L, t) = 0$	Intet moment ved $x = L$.
$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(L, t) = 0$	Ingen forskydningskræfter ved $x = L$.

Tabel 7.1: Randbetingelser for indspændt bjælke.

Disse fire randbetingelser indsættes nu i (7.7), af fire omgange, hvormed der fås følgende fire ligninger:

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (7.8)$$

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (7.9)$$

$$-C_1 \cdot \sin(\beta L) - C_2 \cdot \cos(\beta L) + C_3 \cdot \sinh(\beta L) + C_4 \cdot \cosh(\beta L) = 0 \quad (7.10)$$

$$-C_1 \cdot \cos(\beta L) + C_2 \cdot \sin(\beta L) + C_3 \cdot \cosh(\beta L) + C_4 \cdot \sinh(\beta L) = 0 \quad (7.11)$$

De fire ligninger, (7.8), (7.9), (7.10) og (7.11), kan betragtes som fire ligninger i et homogent ligningssystem, der kan skrives som:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\sin \beta L & -\cos \beta L & \sinh \beta L & \cosh \beta L \\ -\cos \beta L & \sin \beta L & \cosh \beta L & \sinh \beta L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0$$

Dette ligningssystem har kun en løsning der er forskellig fra nul, når determinanten af den koefficientmatrix der bestemmer C_1 , C_2 , C_3 og C_4 er lig nul, hvilket betyder at:

⁴⁶ Kilde 9 – Side 542.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\sin \beta L & -\cos \beta L & \sinh \beta L & \cosh \beta L \\ -\cos \beta L & \sin \beta L & \cosh \beta L & \sinh \beta L \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\cos \beta L = -\frac{1}{\cosh \beta L} \quad (7.12)$$

Højre- og venstresiden af (7.12) er indtegnet i diagrammet 7.1, og løses denne numerisk, ved hjælp af Mathematica⁴⁷, fås følgende værdier for de tre første skæringspunkter⁴⁸:

$$n_0 = 1,8751 \quad ; \quad n_1 = 4,6941 \quad ; \quad n_2 = 7,8548$$

Og β kan derfor løses til:

$$\beta L = n \text{ for } n = 1,8751; 4,6941; 7,8548; \dots \quad \Rightarrow$$

$$\beta \approx \frac{n}{L} \text{ for } n = 1,8751; 4,6941; 7,8548; \dots$$

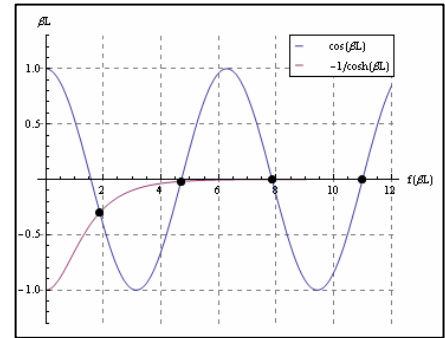


Diagram 7.1: Indtegning af formel (7.12)

Herefter betragtes nu venstresiden af (7.6), som ligeledes er en almindelig homogen differentiaalligning:

$$-\frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{h(t)} \cdot \frac{d^2 h}{dt^2} = \beta^4 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + c^2 \beta^4 \cdot h(t) = 0$$

Løsningen til denne differentiaalligning er:

$$h(t) = C_5 \sin(c\beta^2 t) + C_6 \cos(c\beta^2 t) \quad (7.13)^{49} \Rightarrow$$

$$h(t) = C_5 \sin(\omega t) + C_6 \cos(\omega t)$$

Og indsættes (7.7) og (7.13) nu i (7.5) fås følgende formel for svingningen:

$$u(x, t) = [C_1 \cdot \sin(\beta x) + C_2 \cdot \cos(\beta x) + C_3 \cdot \sinh(\beta x) + C_4 \cdot \cosh(\beta x)] \cdot [C_5 \sin(c\beta^2 t) + C_6 \cos(c\beta^2 t)]$$

Dennes egenfrekvenser kan dermed beskrives ud fra vinkelfrekvensen på $h(t)$:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c\beta^2}{2\pi} \quad \Rightarrow$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_{tv}}{\rho_{materiale} \cdot A}} \cdot \left(\frac{n}{L}\right)^2 \quad \text{for } n = 1,8751; 4,6941; 7,8548; \dots \quad (7.14)$$

Det ses dermed at bjælkens egenfrekvenser afhænger dels af kvadratroden på dens elasticitetskoefficient og tværsnitsinertimoment, så hvis en af disse størrelser øges, vil egenfrekvenserne stige. Frekvenserne afhænger desuden af kvadratet på den reciprokke værdi af længden på bjælken og kvadratroden af den reciprokke værdi af bjælkens densitet og tværsnitareal. Dette betyder for eksempel at hvis længden af bjælken øges vil egenfrekvenserne falde.

⁴⁷ Wolfram Mathematica v. 6.0

⁴⁸ Skæringspunkterne kan desuden som det ses af diagrammet, tilnærmes med $\beta L \approx (n - \frac{1}{2})\pi$ for $n = 1, 2, 3, \dots$

⁴⁹ Kilde 9 – Side 542.

8 Dynamisk måling af elasticitetskoefficient

Den dynamiske måling af elasticitetskoefficienten foregår ved at måle en bjælkes egenfrekvenser mens bjælken vibrerer.

For at registrere disse egenfrekvenser har gruppen afprøvet flere forskellige metoder, som vil blive gennemgået i dette kapitel. Herefter vil de målemetoder, som giver de mest entydige resultater blive udvalgt og anvendt til bestemmelse af bjælakens elasticitetskoefficient.

8.1 Diskussion af målemetoder

I forbindelse med målingen af bjælakens egenfrekvenser, har gruppen valgt at afprøve nogle målemetoder, for at kunne bestemme hvilken målemetode der giver de mest entydige målinger. Dette valg har gruppen truffet, fordi målemetoden med de mest entydige målinger sandsynligvis giver de mest korrekte resultater.

I dette afsnit beskrives de forskellige målemetoder. Desuden redegøres der for den udvalgte målemetode, som senere vil blive anvendt til det dynamiske forsøg.

8.1.1 Måling af svingning med en mikrofon

Ved at anslå bjælken, vil det være muligt at opfange bjælakens svingninger med en mikrofon, og derefter bestemme dens egenfrekvenser ved hjælp af FFT (Fast Fourier Transformation) analyse.

Fourier transformation bruges til at analysere svingninger i tidsdomænet og repræsentere dem i et frekvensspektrum, så det bliver muligt at se, hvilke frekvenser disse svingninger har.

Fourier transformation er defineret som:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-i \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (8.1)^{50}$$

hvor f er frekvens i hertz og $h(t)$ er funktionen for svingningen i tidsdomænet.

Fourier transformationen, $F(f)$, kan afbilledes grafisk, og de svingninger med størst amplitude, altså bjælakens egenfrekvenser, vil dermed blive repræsenteret som peaks, udfor de tilhørende frekvenser. Da disse peaks er grafisk nemme at spotte, er det forholdsvis hurtigt at aflæse hvilke frekvenser svingningerne har.

Fast Fourier Transformation, FFT, er en hastighedsoptimeret udgave af Fourier transformation, der findes i mange forskellige versioner. Med FFT er det muligt, næsten realtime, at analysere svingninger, og derved at få repræsenteret frekvensspektrummet. Der findes mange forskellige computerprogrammer og apparater⁵¹ som kan udføre FFT.

Ved denne målemetode fastspændes bjælakens ene ende, så den resterende del af bjælken kan svinge når bjælken bliver anslået. Mikrofonen placeres i nærheden af den svingende ende, for at kunne opfange bjælakens svingninger.

- En metode til at bestemme egenfrekvenserne er herefter at tilslutte mikrofonen til et digitalt oscilloskop, som kan udføre en FFT-analyse på bjælakens svingninger.
- En anden metode til at bestemme egenfrekvenserne er at tilslutte mikrofonen til en computer, hvor svingningerne bliver registeret. Derefter foretages en FFT-analyse på bjælakens svingninger i et matematikprogram.

Fordelen ved målemetoden er, at målecellen fra det statiske forsøg kan genanvendes, da målecellen er konstrueret således, at den ende af bjælken er indspændt. Derudover er det muligt at holde målecellen i en hånd, hvilket mindsker udbredelsen af svingningen, og dermed ændringen af egenfrekvenserne, fordi svingningen kun udbredes i det materiale som skal undersøges.

⁵⁰ Kilde 9 – Side 522

⁵¹ Her kan blandt andet nævnes Mathematica og forskellige typer digitale oscilloskoper.

Endnu en fordel ved denne målemetode er, at mikrofonen kan tilsluttes direkte til oscilloskopet eller computeren.

En ulempe er, at det er svært at holde bjælkens ende i samme afstand til mikrofonen når bjælken svinger.

Ved tilslutningen af mikrofonen til en computer, har gruppen erfaret at resultaterne ikke er entydige, hvilket ses i diagram 8.1. Dermed er det ikke muligt at bestemme den endelige værdi for elasticitetskoefficienten. Desuden vil disse målinger ikke være reproducerbare.

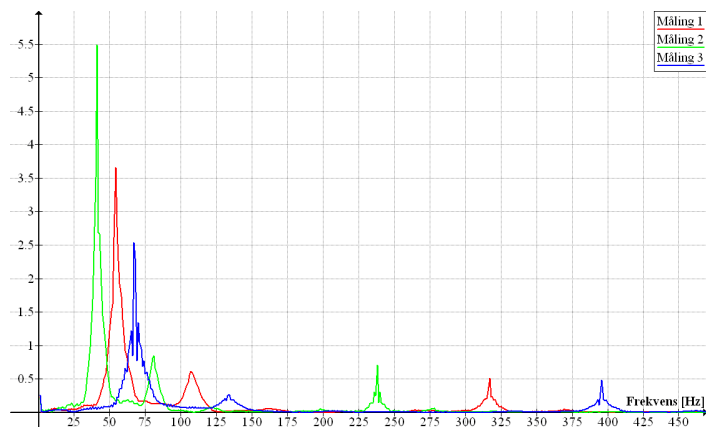
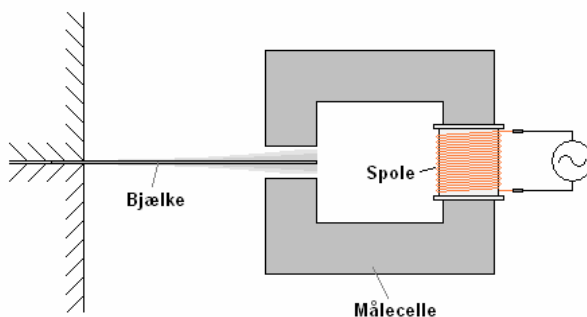


Diagram 8.1: Resultater fra tre optagelser med mikrofon.

Resultaterne fra oscilloskopet var derimod mere entydige.

8.1.2 Ekscitation af bjælken med kraft fra spole påtrykt en vekselspænding

Ved at fastspænde målecellen med to skruetvinger, og placere bjælkens frie ende midt i luftgabet, imens den anden ende er indspændt, som ses på billedet herunder, er det muligt at få bjælken til at svinge ved at tilslutte en vekselspænding til spolen, som sidder på målecellen.



Figur 8.1: Forsøgsopstilling til forsøg med vekselspænding.

- Ved at variere frekvensen, er det muligt at finde bjælkens egenfrekvenser i de områder, hvor bjælkens udsving er størst, da frekvensen her vil svare til egenfrekvenser i de områder.
- Bjælkens udsving måles ved hjælp af en LVDT⁵², som er placeret for enden af bjælken, og tilsluttet et oscilloskop.

Fordelen ved målemetoden er, at der kan benyttes et standard oscilloskop, da der ikke skal udføres FFT-analyse af svingningen.

En ulempe ved denne målemetode er at der skal konstrueres en ny målecelle for at kunne udføre forsøget. Derudover har gruppen erfaret at det ikke var muligt at fastspænde målecellen og bjælken tilstrækkeligt. Dette har medført, at svingningerne udbredte sig til skruetvingerne og bordet, hvilket resulterede i dårlige og ikke entydige måleresultater. Derudover kunne målecellen ikke sammenspændes tilstrækkeligt, hvilket medførte at målecellen gik i selvsving.

⁵² LVDT står for Linear variable differential transformer, og er en lille enhed som kan måle ændring i afstand til et magnetisk legeme.

8.1.3 Måling af svingning med strain-gauges

Ved at anslå bjælken, vil det være muligt at opfange bjælkens svingninger ved hjælp af strain-gauges, og derefter bestemme dens egenfrekvenser ved hjælp af FFT-analyse.

Bjælkens ene ende bliver indspændt, så den resterende del af bjælken kan svinge når bjælken bliver anslået.

- Ved at anvende målecellen fra det statiske forsøg og det tilhørende analoge kredsløb er det muligt at registrere bjælkens svingninger på et oscilloskop, som kan udføre en FFT-analyse, for at bestemme egenfrekvensen.

Da målecellen fra det statiske forsøg anvendes igen, opnås der de samme fordele, som nævnt tidligere i afsnit 8.1.1.

Ulempen ved at bruge strain-gauges er at signalet fra Wheatstones-broen skal forstærkes ved at opbygge et analogt kredsløb.

8.1.4 Valg af målemetode

Efter afprøvning af de forskellige målemetoder har gruppen udvalgt de to metoder, der gav de mest entydige resultater:

1. Måling med en mikrofon, der er tilsluttet til et oscilloskop, som kan udføre FFT analyse af svingningen.
2. Måling med strain-gauges og tilhørende analogt kredsløb der er tilsluttet til et oscilloskop, som kan udføre FFT analyse af svingningen.

Ved valg af målemetoderne er der også lagt vægt på at målecellen fra det statiske forsøg kan genbruges.

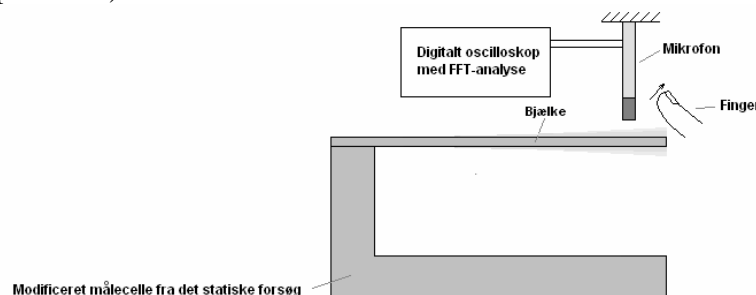
Fremgangsmåder til det dynamiske forsøg

I dette afsnit beskrives fremgangsmåder for de to målemetoder der anvendes til at bestemme egenfrekvenserne.

8.1.5 Målemetode med mikrofon

Fremgangsmåden for udførelsen af forsøget er gennemgået herunder. På figur 8.2 ses forsøgsopstillingen.

1. Mikrofonen monteres i et stativ og tilsluttes et oscilloskop, som kan udføre FFT analyse.
2. Målecellen holdes frit i den ene hånd. Bjælken anslås, ved at man fører bjælkens ende et stykke ned, og slipper, dermed begynder bjælken at svinge.
3. Bjælkens svingende ende føres hurtigt til mikrofonen⁵³, som vist på figur 8.2.
4. Der udføres en FFT analyse af svingningen med oscilloskopet⁵⁴.
5. Derefter er det muligt at finde egenfrekvenserne ved at aflæse frekvensværdierne ved toppunkterne (peak'sne).



Figur 8.2: Forsøgsopstilling til dynamiske forsøg med mikrofon.

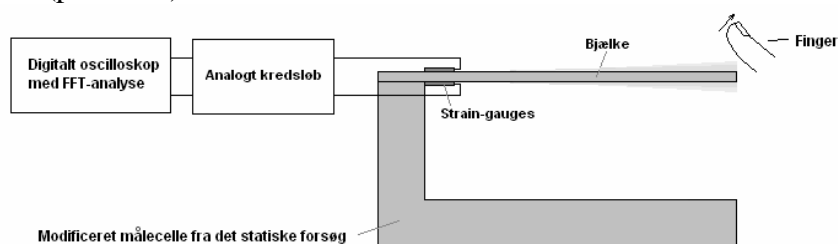
⁵³ Philips SBC 3040

⁵⁴ Agilent 54622A oscilloscope

8.1.6 Målemetode med strain-gauges

Fremgangsmåden for udførelsen af forsøget er gennemgået herunder. Forsøgsopstillingen ses på figur 8.3.

1. Det analoge kredsløb med strain-gauges tilsluttes et oscilloskop, som kan udføre FFT analyse.
2. Målecellen holdes frit i den ene hånd. Bjælken anslås, ved at man fører bjælkens ende et stykke ned, og slipper, dermed begynder bjælken at svinge.
3. Der udføres en FFT analyse af svingningen med oscilloskopet⁵⁵.
4. Derefter er det muligt at finde egenfrekvenserne ved at aflæse frekvensværdierne ved toppunkterne (peak'sne).



Figur 8.3: Forsøgsopstilling til dynamisk forsøg med strain-gauges.

8.2 Måledata fra dynamisk måling

I det følgende afsnit vil resultaterne fra de to dynamiske forsøg, der foretages som beskrevet ovenfor, blive præsenteret:

I tabellen 8.1 er vist de fysiske størrelse på målecellen, som skal benyttes i databehandlingen:

Fysiske størrelser:	
Tværsnitsareal af bjælke, $A_{bjælke}$:	$0,00009m^2$
Densitet på bjælke, $\rho_{bjælke}$:	$7872 \frac{kg}{m^3}$
Inertimoment for bjælke, I_{iv} :	$6,75 \cdot 10^{-7} m^4$
Længde på bjælke, L :	$0,228m$

Tabel 8.1: De fysiske størrelser fra måleopstillingen, som benyttes til beregning af elasticitetskoefficient.⁵⁶

8.2.1 Resultater fra den dynamiske måling med mikrofon

På diagram 8.2 ses to grafer fra det dynamiske forsøg, hvor en mikrofon blev anvendt. Egenfrekvenserne ligger tydeligt i samme område, derfor kan resultaterne betragtes som entydige.

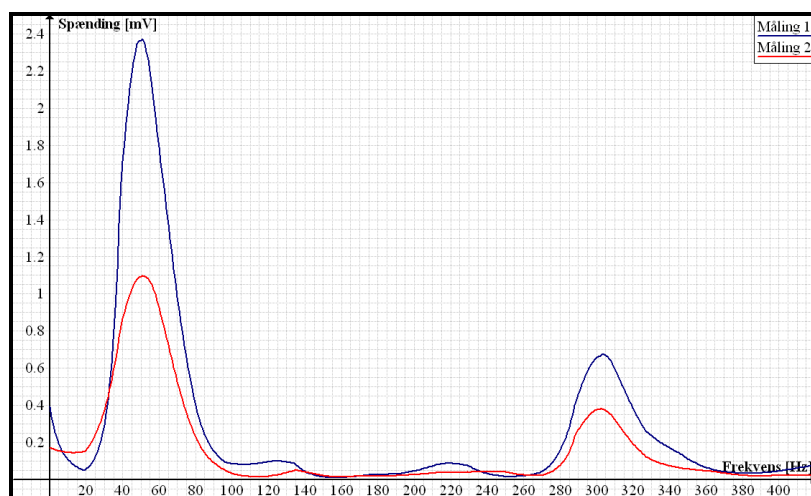


Diagram 8.2: Målinger med mikrofon.

⁵⁵ Agilent 54622A oscilloscope.

⁵⁶ Inertimomentet er beregnet ud fra formel (4.12) og densiteten er opgivet fra fabrikanten.

8.2.2 Resultater fra den dynamiske måling med strain-gauges

På diagrammet herunder ses resultaterne fra den dynamiske måling med strain-gauges, hvor 3 målinger er plottet. Egenfrekvenserne ligger igen tydeligt i samme område, derfor kan resultaterne betragtes som entydige.

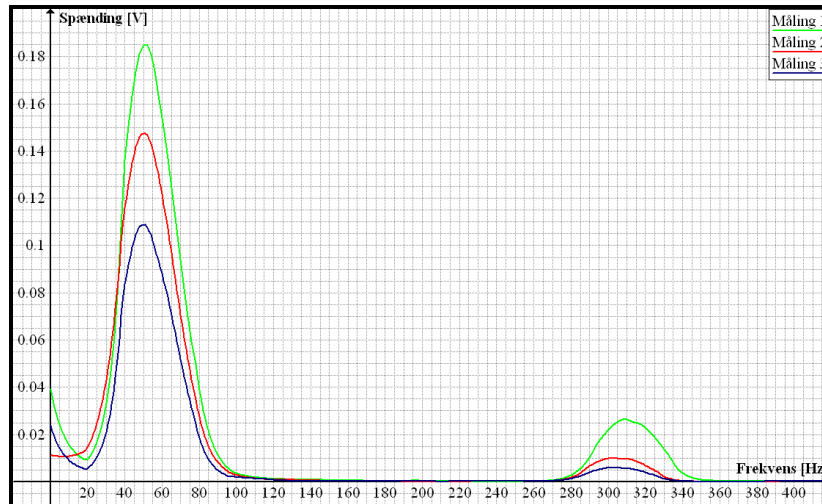


Diagram 8.3: Målinger med strain-gauges.

8.3 Databehandling for dynamisk måling

I dette afsnit udregnes bjælkens elasticitetskoefficient for de to dele af den dynamiske forsøg, og de beregnede værdierne bliver sammenlignet med tabelværdien.

8.3.1 Behandling af resultater fra det dynamiske forsøg med mikrofon

Ved hjælp af formel (7.14) udregnes bjælkens elasticitetskoefficient, ud fra de registrerede resultater af egenfrekvenser, der er aflæst fra oscilloskopet:

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_{iv}}{\rho_{metal} \cdot A}} \cdot \left(\frac{n}{L}\right)^2 \quad \text{for } n = 1,8751; 4,6941; 7,8548; \dots \quad \Rightarrow$$

$$E = \frac{\sqrt{2\pi f_{1,top}} \cdot L \cdot \rho_{metal} \cdot A}{1,8751 \cdot I_{iv}}$$

$$E = \frac{\sqrt{2\pi f_{2,top}} \cdot L \cdot \rho_{metal} \cdot A}{4,6941 \cdot I_{iv}}$$

De målte og de beregnede værdier kan ses i tabel 8.1.

Måling:		Aflæst egenfrekvens:	Beregnet elasticitetskoefficient:
1	1. top	50,4 Hz	23,00 · 10 ¹⁰ Pa
	2. top	303,0 Hz	22,01 · 10 ¹⁰ Pa
2	1. top	51,0 Hz	21,18 · 10 ¹⁰ Pa
	2. top	302,5 Hz	21,10 · 10 ¹⁰ Pa
Gennemsnit:			21,82 · 10 ¹⁰ Pa

Tabel 8.1: Resultater fra målinger med mikrofon.

8.3.2 Behandling af resultater fra det dynamiske forsøg med strain-gauges

Elasticitetskoefficienten findes på samme måde som i forrige afsnit:

Måling:		Aflæst egenfrekvens:	Beregnet elasticitetskoefficient:
1	1. top	51,1Hz	$23,65 \cdot 10^{10} Pa$
	2. top	308,9Hz	$22,01 \cdot 10^{10} Pa$
2	1. top	50,2Hz	$22,83 \cdot 10^{10} Pa$
	2. top	304,4Hz	$21,37 \cdot 10^{10} Pa$
3	1. top	50,2Hz	$22,83 \cdot 10^{10} Pa$
	2. top	303,9Hz	$21,30 \cdot 10^{10} Pa$
Gennemsnit:			$22,33 \cdot 10^{10} Pa$

Tabel 8.2: Resultater for målinger med strain-gauges.

8.4 Konklusion på dynamisk måling

Den beregnede værdi for elasticitetskoefficienten er i gennemsnit bestemt til omkring $22 \cdot 10^{10} Pa$ i begge delforsøg, hvilket er $1 \cdot 10^{10} Pa$ over tabelværdien. Eftersom denne afvigelse er meget lille, og tabelværdien på $21 \cdot 10^{10} Pa$ samtidig, som beskrevet tidligere⁵⁷, er behæftet med en vis usikkerhed, må resultaterne betragtes som meget tilfredsstillende. Dermed kan det konkluderes, at de anvendte dynamiske metoder, hvor det digitale oscilloskop blev anvendt, kan benyttes til at finde elasticitetskoefficienten.

Inden for de enkelte målinger er den største afvigelse fra tabelværdien på til $2,65 \cdot 10^{10} Pa$, og det er desuden bemærkelsesværdigt, at alle målinger ligger over $21 \cdot 10^{10} Pa$. Den dynamiske måling antyder dermed, at den reelle elasticitetskoefficient for det undersøgte materiale meget vel kunne ligge lidt over den angivne tabelværdi.

De usikkerheder den dynamiske måling kan være behæftet med ligger dels i måleusikkerheder i forbindelse med anvendelsen af strain-gaugene og mikrofonen, samt nøjagtigheden af dimensionerne og densiteten på den fremstillede målecelle. Måleusikkerhederne er dog forsøgt elimineret ved at anvende de målemetoder, som gav de mest entydige resultater.

8.5 Sammenligning af den statiske og den dynamiske måling

Ved den statiske måling blev elasticitetskoefficienten målt til $21,13 \cdot 10^{10} Pa$, mens den ved den dynamiske måling blev målt til $22,33 \cdot 10^{10} Pa$. På baggrund af tabelværdien på $21 \cdot 10^{10} Pa$, ser det derfor umiddelbart ud til, at den statiske måling er den mest nøjagtige. Ser man derimod på de indbyrdes målinger ved de to forsøg, så varierer de statiske målinger indenfor omkring $4 \cdot 10^{10} Pa$, mens de dynamiske målinger kun varierer indenfor $2 \cdot 10^{10} Pa$, og de dynamiske målinger er derfor væsentligt mere entydige end de statiske. På baggrund af dette må de dynamiske målinger derfor formodes at være de mest nøjagtige, da tabelværdien samtidig er usikker.

Ved den statiske måling er der desuden flere parametre, som har indflydelse på beregningen af elasticitetskoefficienten, end ved den dynamiske måling, og der er derfor større risiko for, at der optræder afvigelser.

Det må derfor konkluderes, at den dynamiske måling af elasticitetskoefficienten er den mest nøjagtige. Den dynamiske er samtidig den nemmeste at foretage rent udstyrsmæssigt, da den ud over målecellen kun kræver en mikrofon samt en digitalt oscilloskop med mulighed for at udføre FFT-analyse. Derudover er det ved en dynamisk måling ikke nødvendigt at foretage så mange målinger, som det er ved statisk forsøg, da de dynamiske målinger er mere entydige.

⁵⁷ Usikkerheden på tabelværdien er beskrevet i afsnit 3.1.

MÅLING AF RELATIV PERMEABILITET

9 Teori for bestemmelse af relativ permeabilitet

Gruppen har undersøgt to målemetoder til bestemmelse af relativ permeabilitet, hvor den ene måling er en vekselstrømsmåling og den anden er en jævnstrømsmåling. Princippet bag disse to målinger er beskrevet herunder:

- Ved vekselstrømsmålingen løber en vekselstrøm igennem primærspolen, som sidder på en lukket jernkerne, og efter sekundærspolen sættes et integrationsled (RC-led). Dette gøres idet spændingen over spolen er proportional med den første afledte af B -feltet med hensyn til tiden, og ved integration kan B -feltet dermed bestemmes. Udgangsspændingen måles derfor over kondensatoren, og sammenhængen mellem B - og H -feltet kan dermed registreres.
- Ved jævnstrømsmålingen løber en kendt jævnstrøm igennem primærspolen, som sidder på en lukket jernkerne, og B -feltet måles på sekundærspolen, der er tilkoblet et fluxmeter.

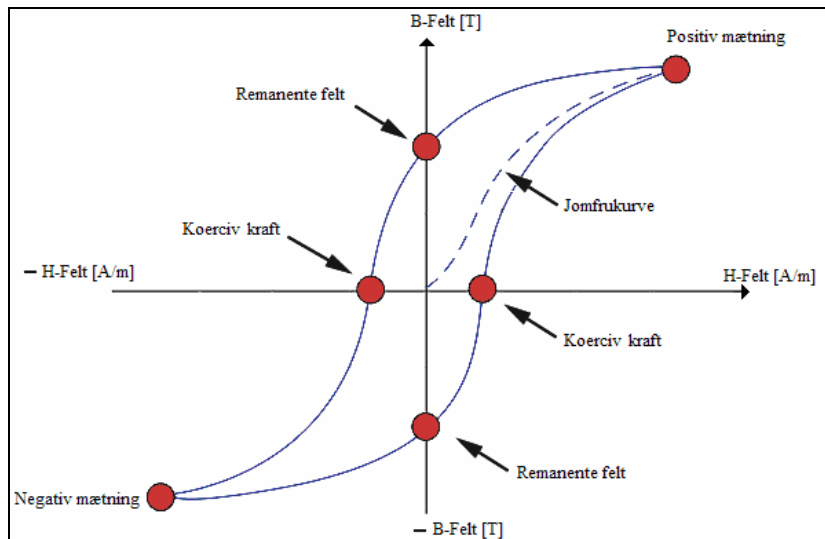
På grund af hvirvelstrømme, vurderer gruppen at jævnstrømsmålingen vil være den mest nøjagtige. Gruppen diskuterede dette med vejlederen, der foreslog at foretage begge målinger, og på baggrund af dette blev begge forsøg foretaget.

I det følgende kapitel vil der først blive gennemgået grundlæggende teori omkring hystereskurver, og der vil herefter blive foretaget en overvejelse af udformningen af målecellen.

9.1 Teori for hystereskurver⁵⁸

I dette afsnit vil teorien for hystereskurver, og det der kan udledes fra disse, blive gennemgået.

Hystereskurven, som vist på figur 9.1, viser forholdet mellem det magnetiske felt, B -feltet, og den magnetiske intensitet, H -feltet, for et ferromagnetisk⁵⁹ materiale:



Figur 9.1 Figuren viser et eksempel på en hystereskurve og jomfrukurve, hvorpå der er angivet nogle af materialets magnetiske egenskaber.

På figur 9.1 er indtegnet jomfrukurven, som beskriver materialets magnetisering første gang materialet bliver magnetiseret eller efter afmagnetisering.

En sådan afmagnetisering kan ske ved at opvarme materialet til en temperatur, kaldet Curie-konstanten⁶⁰, som er materialeafhængig. Det er også muligt at afmagnetisere materialet, ved at

⁵⁸ Afsnit skrevet ud fra: Kilde10 – Kapitel 31 og kilde 12 – Kapitel 9

⁵⁹ Der findes 3 former for magnetiske materialer: ferro-, para- og diamagnetiske materialer. Den relative permeabilitet for para- og diamagnetiske materialer er konstant, og ligger henholdsvis lige over og lige under 1, mens den for ferromagnetiske materialer varierer og er meget større end 1.

udsætte metallet for et varierende magnetfelt, hvis størrelse mindskes, hvilket medfører at hysteresekurven snævrer sig sammen omkring origo.
 Hysteresekurven opstår ved at påvirke det ferromagnetiske materiale med et varierende B -felt. Hvis B -feltet er stærkt nok til at drive materialet i mætning, vil den korrekte hysteresekurve opstå.

På figur 9.1 er det remanente felt og den koercive kraft angivet, da disse størrelser bruges til at sammenligne de magnetiske egenskaber for materialer, da det er nødvendigt at angive hele hysteresekurven for et materiale, for at kunne sammenligne den relative permeabilitet. Det remanente felt beskriver hvor godt et materiale er til at holde på en tilført magnetisering, og størrelsen af denne egenskab er især essentiel for permanente magneter. Den koercive kraft beskriver det magnetfelt et materiale skal påvirkes med for det samlede magnetfelt i materialet er nul. Størrelsen af den koercive kraft har ligeledes betydning for permanente magneter, da den helst skal være modstandsdygtig over for eksterne magnetfelter. Størrelsen af den koercive kraft beskriver også materialets magnetiske hårdhed, et blødt materiale har en lille koerciv kraft og dermed en smal hysteresekurve.

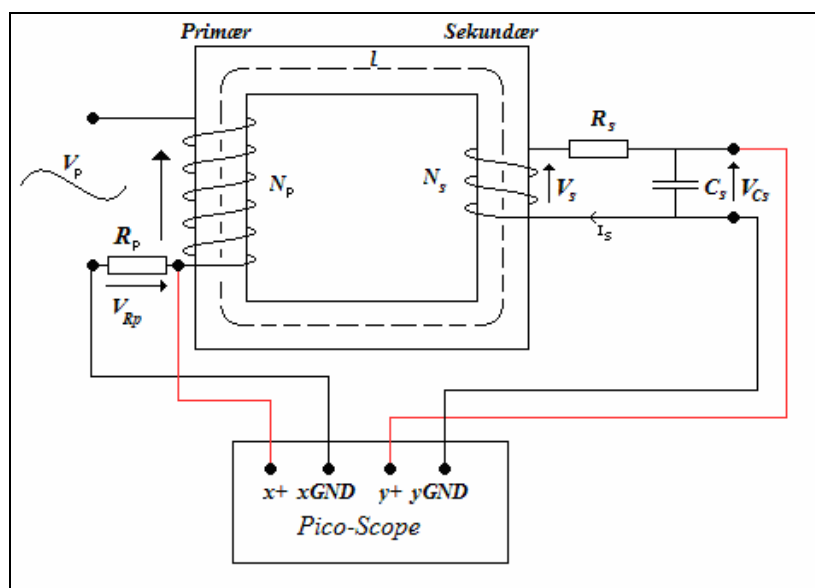
9.2 Overvejelser i forbindelse med udformning af målecelle

For at kunne udlede de formler som skal benyttes til databehandling fra de to forsøg er det nødvendigt først at fastlægge udformningen af den målecelle, som forsøgene skal udføres på.

Den mest optimale udformning af målecellen ville være en ring, idet fluxspredningen ved en ring vil være minimal. Gruppen fandt imidlertid ud af, at omkostningerne for en produktion af en ring var meget store. Ud over de store udgifter til indkøb af materiale, skulle der bruges meget tid på at vikle primær- og sekundærspole på ringen, da dette ikke ville være muligt at gøre på en spolevikler. På baggrund af disse omstændigheder, har gruppen valgt at anvende en firkantet jernkerne. De fejlkilder der er forbundet med anvendelsen af en firkantet jernkerne, i stedet for en ring, vil blive yderligere beskrevet i afsnit 11.9.

10 Teori for måling af vekselstrøms-hysteresekurve

I følgende afsnit vil de nødvendige formler til bestemmelse af B - og H -felterne blive opstillet, ud fra den fysiske opstilling. Desuden vil de nødvendige forudsætninger for forsøget, for at de relevante parametre kan bestemmes, blive fremsat.



Figur 10.1 På figuren ses en skematisk tegning af vekselstrømsforsøgets opstilling.

Følgende betragtninger er nødvendige, for at kunne regne på opstillingen:

- Tværsnitsareal regnes konstant hele vejen rundt i jernkernen.
- Der er intet luftgab i de fire samlinger.
- Der ses bort fra fluxspredning.
- Der ses bort fra hvirvelstrømme.

Spændingen over sekundærspolen, V_s , er den samme som den elektromotoriske kraft, ξ , der bliver induceret i denne. Spændingen kan beskrives som følgende:

$$V_s = \xi = -N_s \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -N_s \cdot A_j \cdot \frac{dB}{dt} \quad (10.1)^{61}$$

hvor $B = \frac{\Phi}{A_j}$, A_j er tværsnitsarealet i jernkernen og N_s er vindingstallet på sekundærspolen.

Når det antages at modstandens impedans er meget større end kondensatorens, $R_s \gg \frac{1}{j\omega C_s}$, kan strømmen der løber på sekundærsiden tilnærmes til:

$$I_s \approx -\frac{V_s}{R_s} \quad (10.2)$$

I_s kan også skrives som:

$$I_s = C_s \cdot \frac{dV_{C_s}}{dt} \quad (10.3)^{62}$$

Spændingen over kondensatoren bliver på baggrund af (10.3):

$$V_{C_s} = \int \frac{I_s}{C_s} dt \quad (10.4)$$

For at finde magnetfeltet indsættes (10.2) og (10.1) i (10.4), og B isoleres:

$$V_{C_s} = -\int \frac{V_s}{R_s \cdot C_s} dt = -\frac{1}{R_s \cdot C_s} \int \left(-N_s \cdot A_j \cdot \frac{dB}{dt} \right) \cdot dt = \frac{N_s \cdot A_j}{R_s \cdot C_s} \int dB \quad \Rightarrow$$

$$V_{C_s} = \frac{N_s \cdot A_j \cdot B}{R_s \cdot C_s} \quad \Leftrightarrow$$

$$\boxed{B = \frac{R_s \cdot C_s \cdot V_{C_s}}{N_s \cdot A_j}} \quad (10.5)$$

Formelen for H -feltet er:

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \quad (10.6)^{63}$$

hvor l er længden rundt i jernkernen, som illustreret på figur 10.1.

Ved at bruge ohms lov, til at erstatte den ukendte parameter, I_p , fås:

$$\boxed{H = \frac{N_p \cdot V_{R_p}}{l \cdot R_p}} \quad (10.7)$$

hvor N_p er antallet af vindinger på primærspolen.

⁶¹ Kilde 2 – Formel 30-5, side 801

⁶² Kilde 1 – Kapitel 5.1

⁶³ Kilde 1 – Formel 16.7, side 640

11 Måling af vekselstrømshysteresekurve

I dette kapitel vil forsøget med målingen af hysteresekurven med vekselstrøm blive gennemgået. Først vil konstruktionen af målecellen blive beskrevet, og der vil derefter blive beskrevet de valg der blev foretaget i forbindelse med udstyr og spoleudformning. Herefter vil fremgangsmåde og resultater fra målingen blive gennemgået.

11.1 Konstruktion af målecelle

I dette afsnit vil selve konstruktionen af målecellen, i forhold til materiale og mål blive bestemt.

Gruppen har valgt at anvende samme materiale og spoleform til permeabilitetsmålingerne, som der er anvendt til den statiske og den dynamiske måling af elasticitetskoefficienten. Argumentation for valg af materiale og for valg af spoleform forefindes i afsnit 5.2.

Gruppen har valgt at konstruere den firkantede jernkerne ud af fire ens jernemner, for at forenkle produktionen. De fire emner samles som vist på tegningen i bilag 4. Dimensionerne på jernemnerne er udformet til at være $30\text{mm} \times 22\text{mm}$, da dette er de indre dimensioner på de valgte spoleformer. Længden af jernstykkerne er valgt til at være 130mm , da dette tilfredsstiller følgende:

- Ifølge formel (10.6) for H -feltet, fremgår det at jo mindre l bliver, jo mindre amperevindingstal, $N \cdot I$, skal der til for at opnå det samme H -felt. Hvilket er at foretrække, idet gruppen ikke ønsker for mange vindinger eller for stor en strøm.
- Udover ovenstående, ønsker gruppen at have en vis afstand mellem spolerne, så den spredning der opstår omkring spolerne ikke har en direkte påvirkning på hinanden.

Med disse mål på målecellen, bliver længden $l = 0,501\text{m}$, når hjørnerne beregnes som en cirkelbue.

11.2 Valg af udstyr til måling af vekselstrømshysteresekurve

Til vekselstrømmålingen, af hysteresekurve, skal gruppen bruge en strømforstærker for at kunne trække nok strøm. Gruppen har valgt at benytte en strømforstærker fra Power Tron på 500W , da denne kan levere op til 30A , hvilket er mere end tilstrækkeligt for at drive jernkernen i mætning. Denne strømforstærker har desuden et frekvensområde på $30 - 5000\text{Hz}$.

På baggrund af den valgte strømforstærker valgte gruppen en eksitationsfrekvens på ca. 50Hz . Denne frekvens er valgt, da hvirvelstrømsdannelserne er mindst ved lave frekvenser. Der vælges en frekvens som er lidt over 30Hz for at undgå en eventuel ustabilitet i strømforstærkeren.

Gruppen vælger desuden at anvende et digitalt oscilloskop til måling af vekselstrømshysteresekurven, da der for at illustrere hysteresekurven, skal anvendes mange målepunkter. Desuden er det meget svært at opsamle måledata præcist på et analogt oscilloskop, da disse skal aflæses manuelt.

Samtidig giver det digitale oscilloskop mulighed for en hurtig databehandling, da data indlæses direkte i computeren.

11.3 Overvejelser i forbindelse med spolevindingstal

I dette afsnit vil antallet af spolevindinger, som er nødvendige for at drive jernkernen i mætning, blive bestemt ud fra teorien.

For at bestemme antallet af nødvendige vindinger på primærspolen, til at kunne drive jernkernen i mætning, indsættes formel (10.6) i formel (12.4), hvormed amperevindingstallet på primærspolen kan bestemmes ved:

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0} \cdot \frac{l}{N_p \cdot I_p} \quad \Leftrightarrow$$

$$N_p \cdot I_p = \frac{B \cdot l}{\mu_r \cdot \mu_0} \quad (11.1)$$

Ud fra tabellen i bilag 3 kan det ses at ikke-magnetiseret blødt handelsjern (commercial iron), har et mætnings B -felt på $B_{sat} = 2,15T$, og en relativ permeabilitet (initial relativ permeability) på $\mu_{r-init} = 250$.

Indsættes disse værdier, sammen med $l = 0,501m$, i (11.1), fås:

$$N_p \cdot I_p = \frac{2,15T \cdot 0,501m}{250 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \approx 3429A$$

Gruppen vælger samme spoletråd, som der bliver anvendt til bestemmelse af elasticitetskoefficient, med et tværsnitsareal på $0,71mm^2$, og vurderer derfor at der maksimalt kan benyttes en strøm på 6A igennem denne.

Hermed opnås et amperevindingstal på 3600A ved at benytte en spole på $N_p = 600$ vindinger hvilket burde være tilstrækkeligt på baggrund af ovenstående udregning.

Til sekundærspolen vælges et forholdsvist lille vindingstal for at undgå en for stor spænding over denne. N_s sættes derfor til 40.

11.4 Valg af komponentstørrelser

Kondensatorens størrelse er valgt ud fra, at opladningstiden skal være kort.

Modstandens størrelse er derefter bestemt ud fra at $R_s \gg \frac{1}{j\omega C_s}$. Modstandsstørrelsen er valgt ca. 100 gange større end $\frac{1}{j\omega C}$.

Størrelser og tolerancer for de enkelte komponenter ses i tabellen herunder:

Komponent	Størrelse	Tolerance
Effektmodstand, R_p	0,1 Ω	10 %
Kondensator, C_s	1 μ F	10 %
Modstand, R_s	330k Ω	5 %

Tabel 11.1: Komponentvalg til vekselstrømsmåling.

11.5 Fremgangsmåde for måling af vekselstrømhysteresekurve

I dette afsnit vil opsætning og fremgangsmåde blive gennemgået. Forsøgsopstillingen ses på figur 10.1.

1. Funktionsgeneratoren⁶⁴ tilsluttes strømforstærkeren⁶⁵
2. Funktionsgeneratoren sættes til at give et sinussignal med en frekvens på ca. 50Hz.
3. Forstærkeren skrues helt ned, før den tændes.
4. Der tændes for funktionsgeneratoren, forstærkeren og Pico-Scopet⁶⁶.
5. Pico-Scopet indstilles til at vise xy.
6. Forstærkerens strøm øges så jernkernen drives i mætning, hvormed hysteresekurven fremkommer på Pico-Scopet.

⁶⁴ TTi TG320 Function Generator

⁶⁵ Power Tron 500S CR-1

⁶⁶ Pico Scope ADC-200

11.6 Resultater fra måling af vekselstrømshystereseurve

Til behandling af dataene fra vekselstrømmålingen, er formel (10.7) brugt til at finde H-feltet. B-feltet er beregnet ud fra formel (10.5).

Resultater fra målingen af vekselstrømshysteresekurven er illustreret på diagram 11.1 herunder:

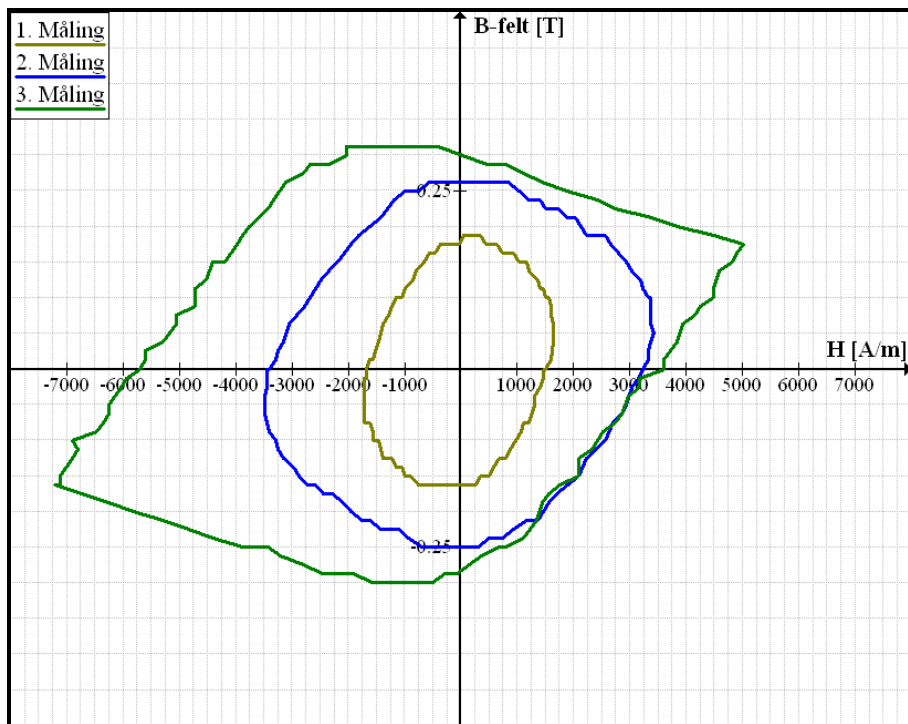


Diagram 11.1 På figuren ses tre målinger der er foretaget ved vekselstrømmålingen. Den gule og blå kurve fremkommer når der ikke løber nok strøm igennem spolen til at drive jernkernen i mætning. Den grønne kurve fremkommer fordi spolen antageligt går i mætning.

På den grønne kurve fra forrige diagram er der foretaget worst-case beregninger for komponenternes tolerancer, som er vist i diagram 11.2 herunder:

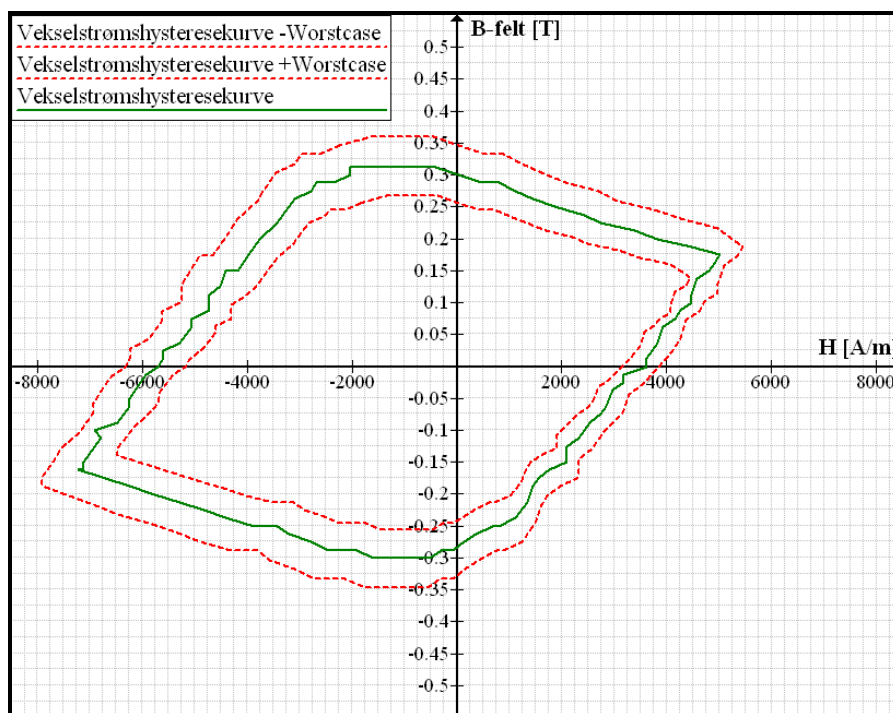


Diagram 11.2: På figuren ses hysteresekurven for jernet i vekselstrømmålingen. De to stiplede kurver angiver de to worstcase muligheder ud fra komponenttolerancer.

11.7 Konklusion for måling af vekselstrømshystereseurve

Som det ses på diagram 11.2 falder vekselstrømshysteresekurven når den nærmer sig mætningspunkterne, dette skyldes hovedsageligt hvirvelstrømme. Hvirvelstrømmene opstår i jernkernen, når primærspolen eksцитeres med en vekselstrøm. Hvirvelstrømmene modvirker det B -felt, som jernkernen bliver påvirket af fra primærspolen, hvilket medfører at den koercive kraft bliver større og dette får jernet til at fremstå magnetisk hårdere end det reelt er.

Da der er taget højde for komponenttolerancernes indflydelse, kan det ses at disse ikke har betydning for hysteresekurvens form.

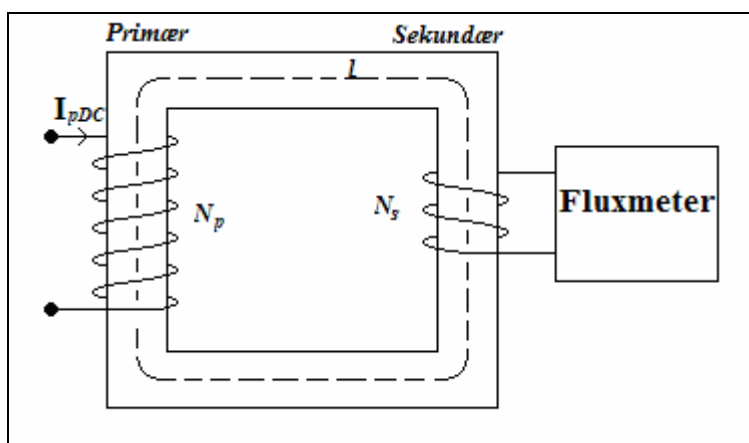
Da målecellen er firkantet, opstår der fluxspredning i hjørnerne, desuden bidrager boltene der bruges til at spænde målecellen sammen også med fejl, da disse er af hårdere materiale end resten af målecellen.

12 Teori for måling af jævnstrømshystereseurve

I dette afsnit vil der blive gennemgået, hvilke formler der bliver anvendt til at beregne den relative permeabilitet ud fra målingen af fluxgennemstrømningen i jernkernen. Der vil desuden blive fremsat forudsætninger for forsøget, for at det er muligt at bestemme de relevante parametre.

Følgende betragtninger er nødvendige, for at kunne regne på opstillingen:

- Tværnsnitsareal regnes konstant hele vejen rundt i jernkernen.
- Der er intet luftgab i de fire samlinger.
- Der ses bort fra fluxspredning.



Figur 12.1 På figuren er vist en tegning af jævnstrømsforsøgsopstillingen.

Fluxen i jernkernen er defineret som:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = B \cdot A \quad (12.1)^{67}$$

da vinklen mellem B - og A -vektoren er nul.

For at kunne beregne den absolutte permeabilitet skal H -feltet bestemmes, dette gøres ud fra formel (10.6):

$$H = \frac{N_p \cdot I_{pDC}}{l} \quad (12.2)$$

Når B - og H -felterne kendes, kan den absolutte permeabilitet for materialet findes som:

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (12.3)^{68}$$

⁶⁷ Kilde 2 – Formel 30-1, side 793

⁶⁸ Kilde 10 – Formel 31-8, side 876

Den relative permeabilitet, μ_r , findes nu ud fra den absolutte permeabilitet:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (12.4)^{69}$$

hvor μ_0 er vakuumpermeabiliteten.

13 Måling af jævnstrømshysteresekurve

I dette kapitel vil måling af jævnstrømshysteresekurven blive beskrevet. Først udvælges det udstyr som skal benyttes til målingen, og derefter gennemgås fremgangsmåde og resultater præsenteres. Ved jævnstrømsmålingen benyttes samme målecelle, samt primær- og sekundærspole, som blev benyttet ved vekselstrømsmålingen, for at de for forsøg kan sammenlignes.

13.1 Valg af udstyr til måling af jævnstrømshysteresekurve

Ved vekselstrømsmålingen erfarede gruppen at jernkernen, kunne drives i mætning ved blot at sende 4A gennem primærspolen med 600 vindinger, og gruppen har derfor valgt at benytte en MASTECH DC Power Supply HY3005D-3 jævnstrømsforsyning, da denne kan levere op til 5A

Til måling af den relative permeabilitet ved jævnstrømsmålingen skal der benyttes et fluxmeter til at bestemme B -feltet i jernkernen, når der løber en strøm igennem primærspolen. Gruppen har valgt at bruge et *LakeShore 480 Fluxmeter*, da dette er hvad der er til rådighed på Det Tekniske Fakultet.

13.2 Fremgangsmåde for måling af jævnstrømshysteresekurve

Fremgangsmåden til måling af jævnstrømshysteresekurven er gennemgået herunder:

1. Primærspolen tilsluttes en jævnstrømsforsyning⁷⁰ i serie med et amperemeter⁷¹.
2. Sekundærspolen forbindes til fluxmeteret⁷², mens dette er slukket.
3. Fluxmetret tændes og indstilles⁷³ så det kan beregne B -feltet gennem sekundærspolen.
4. Der registreres samhörørende målinger for strøm til primærspolen, I_p , og B -feltet, ved at variere strømmen.

⁶⁹ Kilde 10 – Formel 31-6, side 875, hvor $\mu_r = (1 + \chi_m)$

⁷⁰ MASTECH DC Power Supply HY3005D-3

⁷¹ TTi 1604 40000 Count Digital Multimeter

⁷² LakeShore 480 Fluxmeter

⁷³ Fremgangsmåden for indstillingen af fluxmeteret er vedlagt på den medfølgende CD.

13.3 Resultater fra måling af jævnstrømhysteresekurve

Ud fra måledataene fra forsøget er H -feltet beregnet ud fra formel (12.2). B -feltet fås direkte, i Tesla, fra fluxmeteret og hysteresekurven ses herunder.

Ved jævnstrømsmålingen blev der også foretaget en måling af jomfrukurven, som på diagram 13.1 er illustreret med lyseblå.

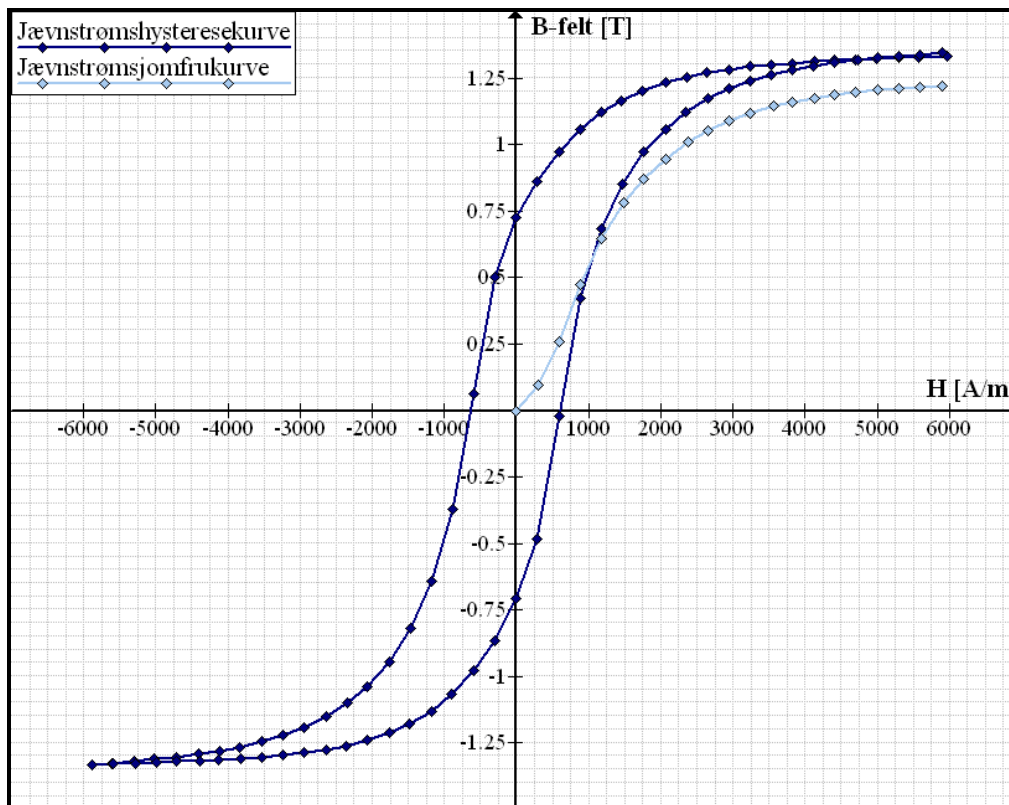


Diagram 13.1 På figuren ses hysteresekurven med tilhørende jomfrukurve for jævnstrømsmålingen.

13.4 Konklusion for måling af jævnstrømhysteresekurve

Da det er den samme målecelle, som anvendes i vekselstrømsmålingen, vil der være tilnærmelsesvis samme fejkilder fra fluxspredning, luftgab og boltene til samling, ved jævnstrømsmålingen. Derudover kan der være måleusikkerheder i forbindelse med aflæsningen af amperemeter og fluxmeter.

På diagram 13.1 er jomfrukurven angivet med den lyseblå kurve, denne passer dog ikke ind som den teoretisk skulle. Dette skyldes, at jernkernen ikke har været helt afmagnetiseret, hvilket resulterer i en offsetfejl da fluxmeteret nulstilles ved målingens begyndelse.

14 Sammenligning af vekselstrøms- og jævnstrømshysteresekurve

I dette afsnit vil de to målinger af hysteresekurverne blive sammenlignet.

På diagram 14.1 ses de to hysteresekurver.

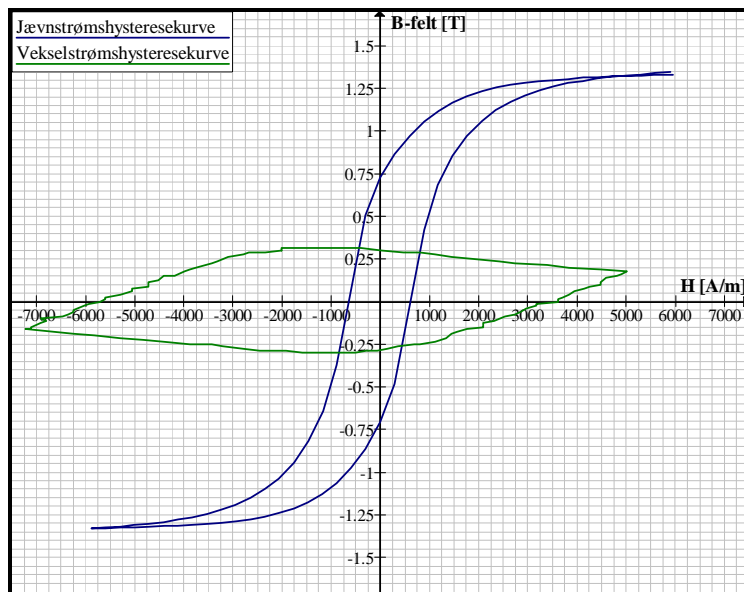


Diagram 14.1: På figuren ses hysteresekurverne målt ved henholdsvis jævn- og vekselstrøm.

Ved at se på vekselstrømshysteresekurven, kan det ses at denne er meget bred, hvilket teoretisk betyder at materialet er magnetisk hårdt. Da gruppen har anvendt blødt jern, vides det som forventet at denne måling er ubrugelig til bestemmelse af den relative permeabilitet.

På grund af dette vurderer gruppen at jævnstrømshysteresekurve er den mest korrekte måling, til bestemmelse af den relative permeabilitet. I det efterfølgende kapitel vil der blive udført en yderligere databehandling på jævnstrømmålingen.

Resultaterne kunne have været mere præcise, hvis der var blevet anvendt en ring, som jernkerne i stedet for en firkant. Dette har påvirket resultatet, så jernkernen fremstår hårdere, end den reelt er. Ved at betragte hysteresekurven for vekselstrømmålingen, kan det konkluderes at materialet ikke umiddelbart egner sig til brug i transformere, på grund af det store hvirvelstrømstab.

15 Yderligere databehandling på jævnstrømmåling

I dette kapitel beregnes det remanente felt og den koercive kraft for jævnstrømmålingen. Desuden bestemmes den største og mindste relative permeabilitet.

Det remanente felt og den koercive kraft er aflæst til:

	Positiv	Negativ
Remanente felt	0,73T	-0,71T
Koercive kraft	604 $\frac{A}{m}$	-623 $\frac{A}{m}$

Tabel 15.1: Remanent felt og koerciv kraft for jævnstrømmåling.

De minimale i afvigelser der er ved bestemmelse af remanent felt og koerciv kraft, skyldes måleusikkerheder.

De maksimale og minimale værdier for den relative permeabilitet er indtegnet som tangenter på diagrammet herunder:

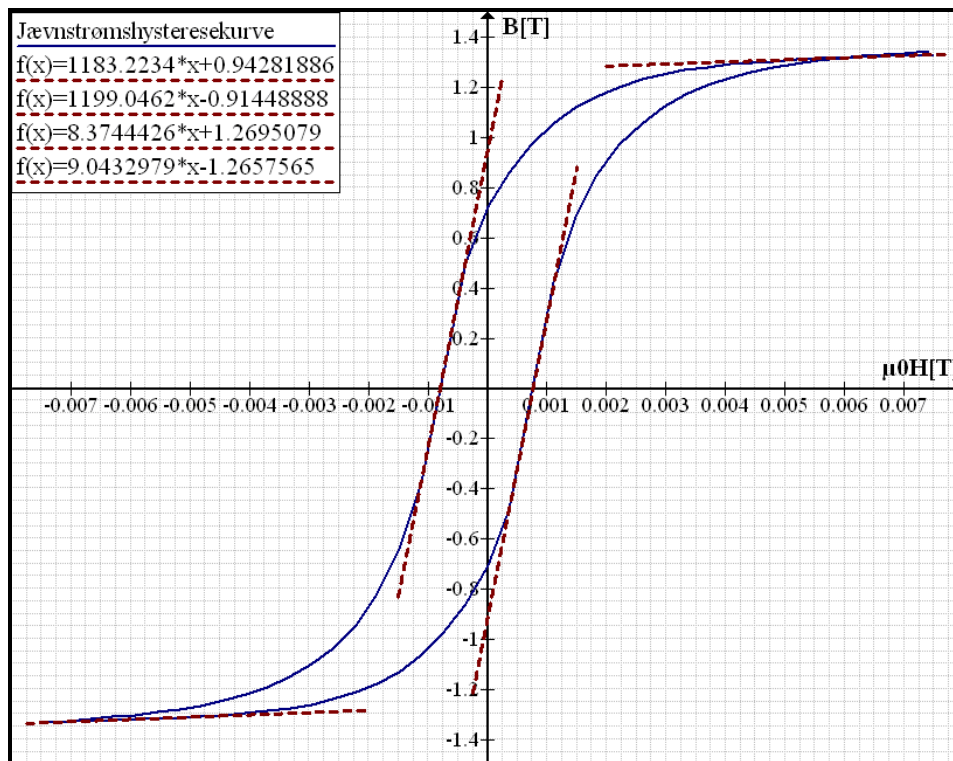


Diagram 15.1: På figuren ses hysteresekurven, for jævnstrømsmålingen, indtegnet med en ny x-akseværdi, $\mu_0 H$ der er det B -felt som spolen påvirker jernkernen med.

Som det ses på kurven er der indtegnet tilnærmede tangenter til hysteresekurven, hvor hældningen er størst og mindst. Hvis man ser på formel (12.4), kan man se at denne beskriver sammenhængen mellem B og $\mu_0 H$. Som det fremgår af formlen, er den relative permeabilitet det samme som hældningen på hysteresekurven. Den største relative permeabilitet ligger mellem 1183-1199 og den mindste relative permeabilitet mellem 8,3-9,0.

15.1 Sammenligning af resultater og tabelværdier

Ud fra tabelværdierne for forskellige materialer, for den koercive kraft, ses det at handelsstål⁷⁴ har en Koerciv kraft på ca. $80 \frac{A}{m}$, mens kulstofstål⁷⁵ har en koerciv kraft på $4000 \frac{A}{m}$. Hvis den benyttede jernkerne sammenlignes med handelsstål og kulstofstål, kan det konkluderes at det anvendte jern, som forventet, er magnetisk blødt.

Hvis man ser på tabelværdier for det remanente felt, for de forskellige materialer der er opgivet i tabellen, er der ikke nogen direkte sammenhæng mellem magnetisk hårdhed og remanent felt, og der kan derfor ikke konkluderes noget om materialets hårdhed ved at se på denne værdi.

⁷⁴ Defineret til at være blødt jern ud fra tabellen i bilag 3

⁷⁵ Defineret til at være hårdt jern ud fra tabellen i bilag 3

16 Konklusion

Denne rapport beskæftiger sig med bestemmelse af elasticitetskoefficient og relativ permeabilitet for blødt stål. Valseværker har brug for at kende disse materialeegenskaber for at kunne beskrive deres produkter.

Formålet med denne rapport er at bestemme disse materialeegenskaber, og bestemme hvilken metode der egner sig bedst til dette.

Der er blevet bestemt værdier for elasticitetskoefficienten, ved brug af henholdsvis en statisk og to dynamiske målemetoder.

Ved den statiske måling blev elasticitetskoefficienten bestemt ved at påvirke bjælken med en kraft, som resulterede i en deformation af bjælken. Ved at måle sammenhængen mellem denne kraft og det strain, som bjælken blev udsat for, kunne elasticitetskoefficienten bestemmes.

Det aktuelle strain på bjælken blev bestemt ved at benytte strain-gauges, og der blev derfor først foretaget en kontrolmåling af disse. Ud fra denne kontrolmåling kunne det konkluderes at strain-gaugene kunne benyttes til en nøjagtig måling af deformationen af bjælken.

Gennemsnittet af den statiske måling var en elasticitetskoefficient på $21,13 \cdot 10^{10} Pa$, hvilket må siges at være meget tæt på tabelværdien på $21 \cdot 10^{10} Pa$. Der skal dog tages forbehold for at de statiske målinger indbyrdes varierede inden for $4,15 \cdot 10^{10} Pa$, og de statiske målinger er altså ikke specielt entydige. De afvigelser, der optrådte, kunne dels tilskrives strain-gauge-målingen, måleusikkerheder i forbindelse med målingen af den påtrykte kraft samt nøjagtigheden på dimensionerne på målecellen.

Ved den dynamiske måling af elasticitetskoefficienten blev flere forskellige målemetoder undersøgt. De to målemetoder som gav de mest entydige resultater, var måling ved hjælp af strain-gauges og ved hjælp af en mikrofon, som tilkobles et digitalt oscilloskop.

Elasticitetskoefficienten blev ved de dynamiske forsøg bestemt til omkring $22 \cdot 10^{10} Pa$, og her var resultaterne væsentligt mere entydige, end ved den statiske måling. Resultaterne varierede indbyrdes kun omkring $2 \cdot 10^{10} Pa$ og lå alle over den angivne tabelværdi. Den dynamiske måling antyder dermed, at den reelle elasticitetskoefficient for det undersøgte materiale meget vel kunne ligge lidt over den angivne tabelværdi.

Afvigelser ved den dynamiske måling kan tilskrives måleusikkerheder i forbindelse med anvendelsen af strain-gaugene og mikrofonen, samt nøjagtigheden af dimensionerne og densiteten på den fremstillede målecelle.

Samlet set blev de dynamiske målemetoder vurderet til de mest nøjagtige, idet de gav de mest entydige resultater. Den statiske måling er desuden afhængig af flere parametre end de dynamiske, og der er derfor større risiko for at der optræder afvigelser.

Desuden kan det nævnes at den dynamiske måling er den nemmeste at foretage, da den kræver væsentligt færre apparater end den statiske.

Til bestemmelse af den relative permeabilitet er benyttet to forskellige målemetoder, henholdsvis en vekselstrøms- og en jævnstrømsmåling.

Vekselstrømsmålingen viste sig, som forventet, ikke at resultere i nogle brugbare resultater, da der ved en vekselstrømsmåling opstår hvirvelstrømme i jernkernen, som modvirker det inducerede magnetfelt. Gruppen valgte derfor at forkaste vekselstrømsmålingen.

Jævnstrømsmålingen gav derimod en smal hysteresekurve, som stemte godt overens med at det undersøgte jern skulle være magnetisk blødt. Der blev ved jævnstrømsmålingen bestemt en koerciv kraft på 604-632, et remanent felt på 0,71-0,73 og en relativ permeabilitet der ligger mellem 8 og 1200, hvilket stemmer godt overens med værdierne for magnetisk blødt jern.

Eventuelle afvigelser i jævnstrømsmålingen kan være forårsaget af fluxspredning og måleusikkerheder i forbindelse med de anvendte apparaturer.

På trods af mindre fejlkilder på målemetoderne er de to materiale egenskaber blevet bestemt og giver fornuftige resultater. På baggrund af de i rapporten bestemte materialeegenskaber vil det være muligt for et valseværk at kategorisere de forskellige typer stangjern som bliver produceret.

17 Perspektivering

I dette kapitel vil der blive beskrevet forslag til forbedringer af målingerne af de to materialeegenskaber, og der vil blive beskrevet hvilke områder i projektet, som kan undersøges nærmere.

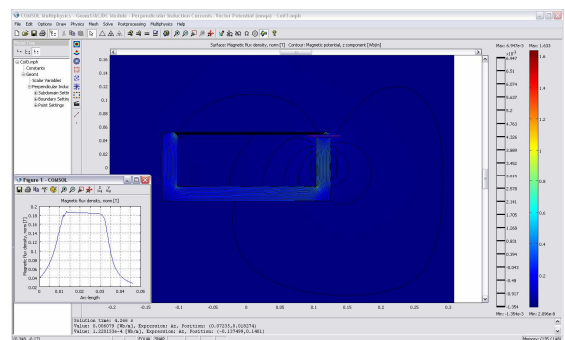
Ved målingen af elasticitetskoefficienten, sammenlignes resultaterne fra den statiske og dynamiske måling med en tabelværdi på $21 \cdot 10^{10} Pa$. Denne tabelværdi er behæftet med en vis usikkerhed, da elasticitetskoefficienten inden for enkelte produktioner af det samme jern kan variere, på grund af metallens legering.

For at have en præcis værdi for elasticitetskoefficienten på den bjælke, som benyttes til målingerne, kunne der have været udført en trækprøve⁷⁶ på materialet. Ved en trækprøve påføres legemet en trækraft, som medfører en deformation. Denne påvirkning registreres kontinuert, sammen med deformationen, hvormed sammenhængen mellem stress, σ , og strain, ϵ , opnås. Derudfra kan en præcis værdi for legemets elasticitetskoefficient opnås, som dermed ville kunne benyttes til en bedre vurdering af de opnåede resultater fra den statiske og dynamiske måling.

Både ved den statiske måling af elasticitetskoefficienten og ved målingen af den relative permeabilitet benyttes et magnetiske kredsløb. Disse magnetiske kredsløb kunne med fordel være blevet simuleret i COMSOL Multiphysics⁷⁷, hvormed det vil være muligt at tage højde for både fluxspredning og fluxfringing. En sådan simulering er ret omfattende, og der kan for eksempel tages højde for opvarmning af målecellen og at bjælken, under kraftpåvirkningen, nedbøjer ved det statiske forsøg.

Der vil således kunne opnås nogle meget nøjagtige simuleringer af magnetfeltet i målecellerne.

Det vil også være muligt at foretage en udbygning af det analoge og digitale kredsløb, som blev benyttet ved det statiske forsøg. Kredsløbet kunne udbygges således at både kraftpåvirkningen og den målte elasticitetskoefficient blev udlæst på displayet, og man kunne således konstruere en færdig enhed til måling af elasticitetskoefficienten for forskellige emner.



Billede 17.1: Simulering i COMSOL multiphysics.

⁷⁶ Kilde 14 – Side 2

⁷⁷ COMSOL Multiphysics version 3.4

18 Litteraturliste

Herunder ses de anvendte kilder, internetsider og datablade i rapporten:

18.1 Anvendte kilder

1. Electrical Engineering, Second edition- Maj 1999
(Steven E. Schwarz & William G. Oldham)
ISBN 0-19-510585-0
Forlag: Oxford
2. Fundamentals of Physics, Extended, 8. Edition - August 2007
(David Halliday, Robert Resnick & Jearl Walker)
ISBN 978-0-471-75801-3
Forlag: Wiley
3. Strength Of Materials, Part I *Elementary theory and Problems*, Third Edition – April 1955
(S. Timoshenko)
Forlag: D. Van Nostrand
4. Værkstedsteknik, 5. Udgave - 1973
(V. Utke)
Forlag: Erhvervsskolernes Forlag
Side 270 fig. 1
5. Mekanisk Prøvning - 1972
(L. Alting Et al.)
Forlag: Dansk Metallurgisk Selskab
Side 201-208
6. Elektro Magnetisme, 2. Udgave - 1995
(Niels Johansen)
ISBN 87-502-0771-7
Forlag: Polyteknisk Forlag
Side 84-85
7. Balslev: Noter til kursuselementet MAT2 – 2007
(Ivar Balsev)
Forefindes på CD.
8. Engineering Mechanics for Structures – 2002
(Louis L. Bucciarelli)
Kapitel 1-10 forefindes på CD og kan desuden hentes her:
<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Civil-and-Environmental-Engineering/1-050Fall-2004/Readings/>
9. Advanced Engineering Mathematics, 9. Edition - 2006
(Erwin Kreyszig)
ISBN 0-471-72897-7
Forlag: John Wiley & Sons
10. Physics, for scientists and engineers, with modern physics, 3. Edition - 2005
(Paul M. Fishbane, Stephen G. Gasiorowicz, Stephen T. Thornton)
ISBN 0-13-191182-1
Forlag: Pearson Education, Inc.

11. Teknisk ståbi, 17. udgave – 1995
ISBN 87-571-1865-5
Forlag: Teknisk Forlag
12. Applied Electromagentics - Marts 1978
(Martin A. Plonus)
ISBN 0-07-050345-1
Forlag: McGraw-Hill College
Kap. 9 og side 340 tabel 9.2
13. Kompendium om ikke destruktiv prøvemethoder - August 1982
(Robert Eeg)
Trykt på Ingeniørhøjskolen Horsens Teknikum
14. Forelæsningsnoter til materiallære – Metaller, korrosion og overfladebehandling
(R. Mikael Larsen)
Institut for Maskinteknik – Aalborg universitet
Forefindes på CD.

18.2 Anvendte internetsider

15. I forbindelse med strain-gauges: <http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/3642>
Forefindes på CD.
16. Datablade er hentet fra: <http://www.datasheetarchive.com>

18.3 Anvendte datablade

De anvendte datablade kan, hvis intet andet er opgivet, findes ved at søge på part nr. på www.datasheetarchive.com. De forefindes desuden på den vedlagte CD:

1. Instrumenteringsforstærker – Part nr.: AD620
2. Operationsforstærker – Part nr.: uA741
3. Spændingsregulatorer:
 - a. 5V positiv forsyning – Part nr.: 78L05
 - b. 5V negativ forsyning – Part nr.: 79L05
 - c. 3,3V positiv forsyning – Part nr.: 1117T3.3
4. Microcontroller – Part nr.: ATMEGA8
5. LCD-display – Part nr.: LM016L
6. 120Ω Strain-gauges – Part nr.: 1-Lys13-3/120
Datablad findes på: <http://www.hbm.com/>

19 Anvendte programmer og apparaturer

I tabellen herunder ses de anvendte apparaturer og programmer:

Apparaturliste	Programliste
<ul style="list-style-type: none">- Multimeter: TTi 1604 40000 Count Digital Multimeter- Funktionsgenerator: TTi TG320 Function Generator- Strømforsyning: DC Power Supply GP-4303D- Strømforsyning: MASTECH DC Power Supply HY3005D-3- Måleur: Diesella Måleur (Opløsning: 0,01mm, på 0-10mm)- Elektronisk dynamometer: L836221- Brænder: MIC-brænder AVR-ISP.- Mikrofon: Philips SBC 3040- Fluxmeter: LakeShore 480 Fluxmeter- Strømførstærker: Power Tron 500S CR-1- Oscilloskop: Pico Scope ADC-200- Oscilloskop: Agilent 54622A oscilloscope	<ul style="list-style-type: none">- Wolfram Mathematica v. 6.0- Graph v. 4.3- PicoScope v. 5.18.0, ADC200 Driver V4.8- Eagle 5.00, Cadsoft- SolidWorks 2008 SP0.0- COMSOL Multiphysics 3.4- AVR studio 4

Bilag 1 – Projektoplæg

Måling og repræsentation af materialekonstanter i jernproduktion.

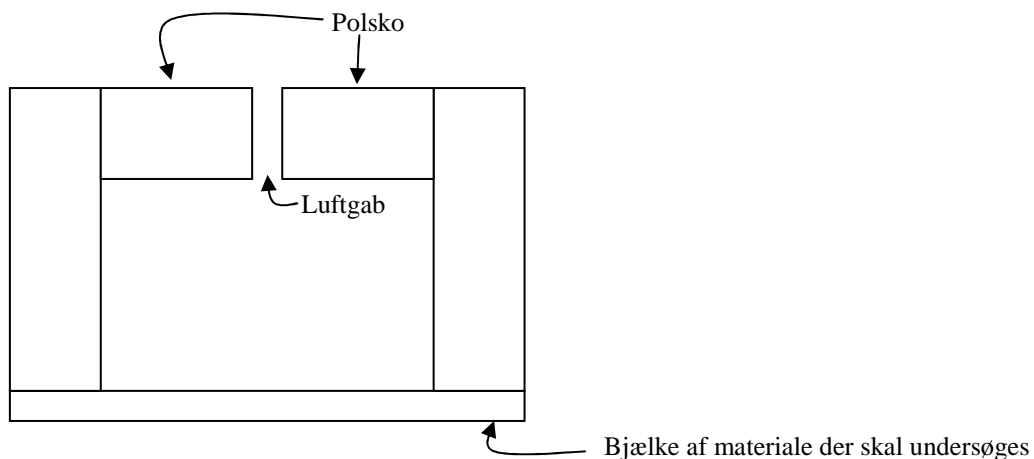
Semestertema: Computerbaseret måling og styring af fysisk-mekanisk system.

Omfang: 10 ECTS svarende til 250 timers studieaktivitet

Projektoplæg:

I forbindelse med produktion af forskellige typer stangjern har valseværker behov for at karakterisere deres produkter ud fra givne *materialeegenskaber*. Der sættes i dette projekt fokus på de *magnetiske* og *elastiske* egenskaber af blødt jern.

Der ønskes dimensioneret og konstrueret en *elektromekanisk målecelle*, som gør det muligt at bestemme blødt jerns *elasticitetskoefficient* E . Målecellen tænkes opbygget som et magnetisk kredsløb indeholdende en bjælke af materialet, som skal undersøges, to polsko og et luftgab mellem polskoene. Et eksempel er skitseret på figur 1.



Til bestemmelse af elasticitetskoefficienten E med en *statisk metode* optimeres målecellen således, at der opnås tilstrækkelig tiltrækning mellem polskoene til at give en målelig deformation af bjælken. Bjælkens deformation måles vha. strain-gauges med tilhørende interface. Til kontrol af strain-gauge målingen skal foretages en direkte måling af strukturens deformation.

Samme eller en modificeret målecelle benyttes til at bestemme elasticitetskoefficienten i et *dynamisk forsøg*. Indspændes bjælken i den ene ende, kan målecellen benyttes til at excitere mekaniske svingninger i bjælken, og ud fra målinger af bjælkens egensvingninger kan elasticitetskoefficienten bestemmes.

Endvidere ønskes der foretaget en måling af bjælkens *relative permeabilitet* μ_r . Dette kan evt. gøres for bjælken i samme målecelle, som benyttes til måling af de elastiske egenskaber, eller der kan fremstilles en speciel måleopstilling.

I forbindelse med den statiske strain-gauge måling skal der etableres et interface op mod en *microcontroller* med tilhørende *programmering* og visning af data på *display*.

Bilag 2 - Tidsplan

Bilag 3 – Tabel over magnetiske konstanter for udvalgte metaller

Herunder ses en tabel⁷⁸ over de magnetiske egenskaber for udvalgte metaller:

Table 9.2 Properties of magnetic materials and magnetic alloys

Material (composition ¹)	Initial relative permeability, μ_i/μ_0	Maximum relative permeability, μ_{max}/μ_0	Coercive force H_c , A/m (Oe)	Residual field B_r , Wb/m ² (G)	Saturation field B_s , Wb/m ² (G)	Electrical conductivity ρ , $\times 10^{-8} \Omega \cdot m$	Uses
Soft							
Commercial iron (0.2 imp. ²)	250	9,000	≈ 80 (1)	0.77 (7,700)	2.15 (21,500)	10	Relays
Purified iron (0.05 imp.)	10,000	200,000	4 (0.05)	—	2.15 (21,500)	10	
Silicon-iron (4 Si)	1,500	7,000	20 (0.25)	0.5 (5,000)	1.95 (19,500)	60	Transformers
Silicon-iron (3 Si)	7,500	55,000	8 (0.1)	0.95 (9,500)	2 (20,000)	50	Transformers
Silicon-iron (3 Si)	—	116,000	4.8 (0.06)	1.22 (12,200)	2 (20,100)	50	Transformers
Mu metal (5 Cu, 2 Cr, 77 Ni)	20,000	100,000	4 (0.05)	0.23 (2,300)	0.65 (6,500)	62	Transformers
78 Permalloy (78.5 Ni)	8,000	100,000	4 (0.05)	0.6 (6,000)	1.08 (10,800)	16	Sensitive relays
Supermalloy (79 Ni, 5 Mo)	100,000	1,000,000	0.16 (0.002)	0.5 (5,000)	0.79 (7,900)	60	Transformers
Permendur (50 Cs)	800	5,000	160 (2)	1.4 (14,000)	2.45 (24,500)	7	Electromagnets
Mn-Zn ferrite	1,500	2,500	16 (0.2)	—	0.34 (3,400)	20×10^6	Core material for coils
Ni-Zn ferrite	2,500	5,000	8 (0.1)	—	0.32 (3,200)	10^{11}	
Material (composition)			Coercive force H_c , A/m $\times 10^3$ (Oe)	Residual field B_r , Wb/m ² (G)	Energy product $(BH)_{max}$, J/m ³ $\times 10^3$ (G \times Oe $\times 10^6$)		Uses
Hard							
Carbon steel (0.9 C, 1 Mn)			4 (50)	1 (10,000)	1.6 (0.2)		
Chromium steel (3.5 Cr, 1 C, 0.5 Mu)			5.2 (66)	0.95 (9,500)	2.2 (0.27)		
Alnico V (14 Ni, 24 Co, 8 Al, 3 Cu)			44 (550)	1.2 (12,000)	40 (5)		
Alnico VIII (15 Ni, 35 Co, 7 Al, 4 Cu, 5 Ti)			126 (1,600)	1.04 (10,400)	44 (5.5)		
Alnico IX			126 (1,600)	—	88 (11)		Permanent magnets
Iron powder (100% Fe)			61 (770)	0.57 (5,700)	12.8 (1.6)		
Iron powder (elongated)			63 (790)	1.02 (10,200)	36 (4.5)		
Ba ferrite (Ferroxdure)			120 (1,500)	0.2 (2,000)	8 (1)		
Cobalt-samarium			560 (7,000)	0.84 (8,400)	128 (16)		

¹ Percent by weight; remainder is Fe.

Bilag 4 – Konstruktion af måceller

Bilag 5 – Samlet diagram over analogt og digitalt kredsløb

Bilag 2 – Tidsplan

Herunder ses gruppens tidsplan for projektet. I første kolonne ses de aktiviteter, som gruppen har valgt at beskæftige sig med.

Aktiviteten angives med en farve og en forkortelse som beskriver, hvilken prioritet den har og hvem der er ansvarlig for aktiviteten.

Måned	Februar			Marts			April			Maj					
	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Uger															
Aktiviteter															
Projekt udlevering	GP														
Gennemlæsning af oplæg	GP	GP													
Informationssøgning		GP	GP												
Brainstorm			GP												
Biblioteks tur			GP												
Struktur og kommunikation	GP														
Tidsplan		GP	GP	GP											
Emnelæsning		GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP	GP				
Projektbeskrivelse															
Teori: elasticitetskoefficient					AB, JW	AB, JW	AB, JW	AB, JW	AB, JW	AB, JW	AB, JW				
Teori: relativ permeabilitet					AL, MB	AL, MB	AL, MB	AL, MB	AL, MB	AL, MB	AL, MB				
Teori: analogkredsløb					FF	FF	FF	FF, AB	FF, AB	FF, AB	FF, AB				
Teori: digitalkredsløb					AB, JW	AB, JW	AB, JW	AB	AB	AB	AB				
Forberede: statisk måling af E															
Forberede: dynamisk måling af E															
Forberede: dynamisk måling af E															
Forberede: måling af μ															
Konstruktion af målecelle(r)															
Forsøg: statisk måling af E															
Forsøg: dynamisk måling af E															
Forsøg: måling af μ															
Eagle (diagram/printudlæg)															
Printfremstilling															
Programmering															
Vurdering af teori og forsøg															
Rapportskrivning															
Korrekturlæsning															
Projektaflevering															
Prioritet:															
Forkortelser:															

GP = Gruppen AL = Agge AB = Alexey FF = Frantz MB = Michael JW = Jakob